OM KAPITLET

I dette kapitel om algebra og ligninger skal eleverne lære at regne med variable og få erfaringer med at benytte variable til at løse hverdagsproblemer.

Eleverne skal arbejde med at kunne opstille og anvende ligninger i forskellige sammenhænge - både rene matematiske problemer og undersøgelser, samt mere hverdagsorienterede problemstillinger. Eleverne skal derudover selv udvikle metoder til løsning af ligninger.

I den første del af kapitlet arbejder eleverne med variable og reduktion. De fleste regneudtryk og symbolske udtryk er i denne del enten knyttet til en geometrisk repræsentation eller anden konkret sammenhæng. Derudover skal eleverne selv tegne geometriske repræsentationer af simple regneudtryk med og uden variable. Det er vigtigt for elevernes anvendelse af matematikkens sprog og symbolsprog, at de ser og forstår relationen mellem regneudtryk og geometriske repræsentationer.

Dernæst arbejdes der med regningsarternes hierarki. Eleverne har allerede en del kendskab til regningsarternes hierarki fra både *MULTI 5* og *MULTI 6*. De bliver i *MULTI 7* præsenteret for nogle af de regler, der gælder for notation af og regning med tal og variable. Eleverne skal erfare, at regningsarternes hierarki gælder både ved regning med tal og variable.

I den efterfølgende del gennemgås og arbejdes med betydningen af parenteser, og hvordan man kan regne med dem. I mange af opgaverne er regneudtrykkene også her knyttet til en geometrisk repræsentation.

I den sidste del arbejder eleverne med ligninger og regneregler samt løsning af ligninger og lighedstegnet betydning i denne sammenhæng. Der sættes fokus på, hvordan variable og ligninger kan anvendes til problemløsning.

I kapitlets tema "Formler og ligninger med digitale værktøjer" skal eleverne løse opgaver og undersøgelser ved hjælp af forskellige digitale værktøjer, CAS, regneark og et dynamisk geometriprogram. Gennem arbejdet med kapitlets mange opgaver, undersøgelser og aktiviteter udvikler eleverne deres repræsentations- og symbolbehandlingskompetence.

ELEVFORUDSÆTNINGER

Eleverne har i *MULTI 4*, *MULTI 5* og *MULTI 6* arbejdet en del med algebra og ligninger samt regningsarternes hierarki. Mange elever har svært ved at regne med og forstå betydningen af variable. Derfor er en del af teorien ikke ny viden, og der tages udgangspunkt i en faglig viden, som eleverne har mødt tidligere. Eleverne kan gennem kapitlets opgaver, aktiviteter og undersøgelser få udvidet deres faglige viden, begreber og metoder om algebra og ligninger.

Eleverne har i *MULTI* på mellemtrinnet arbejdet med:

- at bruge regningsarternes hierarki
- at reducere regneudtryk
- at løse ligninger ved at gætte og prøve efter eller ved at bruge modsatte regningsarter
- at løse ligninger med digitale værktøjer
- at løse problemer i matematik og problemer fra hverdagen, og oversætte matematiske problemer til ligninger.

ELEVMÅL FOR KAPITLET

Målet er, at eleverne:

- ved, hvilken betydning variabel har i et algebraisk udtryk
- kan anvende algebra til at beskrive egenskaber ved geometriske figurer
- kan omskrive matematiske udtryk, hvor der indgår variable
- ved, hvilke regneregler der gælder for beregninger med variable
- kan anvende digitale værktøjer til løsning af ligninger
- kan opstille og løse ligninger både fra hverdagssituationer og inden for matematikken.

HUSKELISTE

PRINTARK

- A4 Ligningsspil
- E3 Begreber og fagord – Algebra og ligninger

MATERIALER

- A4-papir
- Saks

DIGITALE VÆRKTØJER

- Dynamisk geometriprogram, fx GeoGebra

FAGLIGE BEGREBER

I kapitlet arbejdes med følgende centrale fagord og begreber:

- Algebra
- Variabel
- Led
- Reduktion
- Regningsarternes hierarki
- Parenteser
- Ligningsregler.

FÆLLES MÅL

På *MULTIs* hjemmeside er der en oversigt over, hvilke Fælles Mål der er sat op for arbejdet med kapitlet.

ALGEBRA OG LIGNINGER

MÅL OG FAGLIGT INDHOLD

På dette opslag bliver eleverne introduceret til kapitlets elevmål, fagord og begreber. I de efterfølgende opgaver og aktiviteten arbejder eleverne med opgaver, der skal aktivere deres forhåndsviden om emnet.

Eleverne bliver på dette opslag introduceret til emnet om algebra og ligninger. I introteksten gives en kort beskrivelse af, hvad emnet handler om.

Eleverne kender fra mellemtrinnet begreberne variable og ligninger, men begrebet "algebra" er nyt. Det kan derfor være hensigtsmæssigt at tale med eleverne om, hvad begrebet betyder. Algebra beskrives ofte som "bogstavregning", men i dette kapitel er der både fokus på, at algebra er et redskab og et sprog indenfor matematikken. Eleverne kommer til at arbejde og regne med regneudtryk og formler, der indeholder variable, men de skal også kunne oversætte enkle matematiske problemer - både fra hverdagssituationer og indenfor matematikken - til et algebraisk udtryk.

Gennem forskellige opgaver og en aktivitet arbejder eleverne med deres forhåndsviden om emnet. Det kan være en god idé at tale om, hvilke digitale værktøjer eleverne kender i arbejdet med formler og løsning af ligninger.

Eleverne har bl.a. i *MULTI 6* arbejdet med formler og ligninger i fx GeoGebra, regneark og CAS, hvorfor de allerede har noget kendskab til forskellige digitale værktøjer.

MATERIALER

- Saks
- Papir
- Evt. et digitalt værktøj

PRINTARK

- A4 Ligningsspil

FACITLISTE OG UDDYBENDE VEJLEDNING

Der er umiddelbart lagt op til, at eleverne skal løse opgaverne alene, men det kan være en god idé for nogle elever at arbejde sammen med en makker, hvor de kan tale om, hvordan opgaverne kan løses.

OPGAVE 1

A $x + x + x = 12$

B $40 = 2 \cdot 4 + 2 \cdot x$

C $8 \cdot x = 416$

OPGAVE 2

A $-9{,}5a$

B $2a + 5b$

OPGAVE 3

A $\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot g = 24$

B $g = 4$ cm

OPGAVE 4

A $4x = 120$

B Sidelængden er 30 m

C $\pi \cdot d = 120$

D 245,92 m^2

OPGAVE 5

A $3x$

B $120 = 8x$

C 45 m

D 37,5 m

I opgave 1, 3, 4 og 5 arbejder eleverne med at opstille og løse ligninger ud fra hverdagssituationer og indenfor matematikken. Opgaverne kan løses ved hjælp af den viden, eleverne allerede har om at oversætte matematikproblemer til ligninger. Opgaverne indeholder en række informationer og oplysninger, som det måske kan være svært at overskue for nogle elever. Derfor kan det være en hjælp, hvis eleverne opfordres til at tegne skitser, der viser de enkelte situationer.

Hvis eleverne arbejder i makkerpar, kan de bruge skitserne til at forklare og begrunde, hvordan de mener opgaverne skal løses. Eleverne får samtidig repeteret en række fagbegreber, som fx ligesidet trekant, rektangel, grundlinje, diameter m.m.

AKTIVITET: SPIL MED LIGNINGER

A Eksempel på besvarelser:

En spiller trækker kortet $x + 2 = 7$, og laver følgende omskrivning:

$x = 5 \Leftrightarrow$

$x + 2 = 5 + 2 \Leftrightarrow$

$x + 2 = 7$ (1. tur)

En spiller trækker kortet $-x = -5$, og laver følgende omskrivning:

$x = 5 \Leftrightarrow$

$x \cdot (-1) = 5 \cdot (-1) \Leftrightarrow$

$-x = -5$ (1. tur)

En spiller trækker kortet $-2 \cdot x + 3 = -7$, og laver følgende omskrivning:

$x = 5 \Leftrightarrow$

$-2 \cdot x = -2 \cdot 5 \Leftrightarrow$

$-2 \cdot x = -10 \Leftrightarrow$ (1. tur)

$-2 \cdot x + 3 = -10 + 3 \Leftrightarrow$

$-2 \cdot x + 3 = -7$ (2. tur)

B Eksempler på nye kort:

$3 (4 + x) = 27$

Løsning:

$(3(4 + x)) : 3 = 27 : 3 \Leftrightarrow$

$4 + x = 9 \Leftrightarrow$

$x = 5$

$2x = 10$

Løsning:

$(2x) : 2 = 10 : 2 \Leftrightarrow$

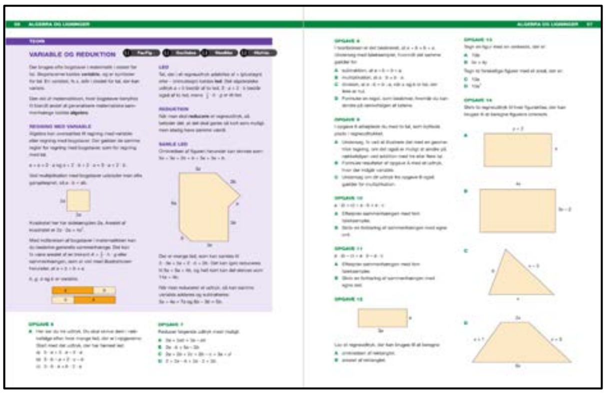
$x = 5$

C Eleverne kan fx give dette svar:

Løsningen på kortet skal være $x = 5$, hvis det skal passe til spillet, da det ellers ikke kan omskrives.

I aktiviteten ”Spil med ligninger” skal eleverne arbejde parvis eller i mindre grupper. Aktiviteten handler om, at eleverne skal omskrive ligninger.

Udgangspunktet er gennem hele spillet ligningen: $x = 5$. Hver spiller trækker fire kort, hvorpå der er en ligning. Herefter skal eleverne på skift forsøge at omskrive ligningen $x = 5$ til en af de ligninger, der er vist på spillernes eget kort. Der må kun bruges en af de fire regningsarter: +, –, · eller : i hver runde. Når spilleren har omskrevet $x = 5$ til en af de viste ligninger, så lægges kortet væk. Vinderen er den spiller, der først kommer af med alle fire kort.



MÅL OG FAGLIGT INDHOLD

På disse sider bliver begreberne variabel, led og reduktion præsenteret. Derudover skal eleverne bl.a. arbejde undersøgende med variable og regneregler og med udgangspunkt i deres undersøgelser selv formulere regneregler.

FACITLISTE OG UDDYBENDE VEJLEDNING

TEORI: VARIABLE OG REDUKTION

I teorirammen sættes fokus på forskellige regler, når man skriver regneudtryk. Eleverne skal bruge reglerne, når de arbejder med opgaverne både på opslaget side 56-57 og opslaget side 58-59, hvor de skal omskrive regneudtryk og/eller opstille regneudtryk til beregning af omkreds eller areal.

Eleverne har, som tidligere nævnt, allerede kendskab til forskellige formler og variable i matematik. I kapitlet "Plangeometri" i *MULTI 7*, har eleverne bl.a. arbejdet med formler for arealet af forskellige plane figurer, Herons formel, vinkelsummer m.m.

I teorirammen præsenteres mange fagord og begreber, og flere steder er de forklaret ved hjælp af en geometrisk repræsentation. I de efterfølgende opgaver er regneudtryk og symbolske udtryk mange steder knyttet til en geometrisk repræsentation, hvorfor det er relevant at sætte fokus på elevernes forståelse af denne sammenhæng i gennemgangen af teorirammens indhold.

Den meget kompakte tekst kan for nogle elever være svær at læse og forstå. Det kan derfor være en god idé at gennemgå indholdet i teorirammen fælles i klassen. Det kan fx gøres ved først at lade eleverne - enkeltvis eller parvis - læse indholdet i teorirammen igennem og derefter bede dem om at skrive fire til seks spørgsmål til teksten. Det kunne fx være spørgsmål som: Hvad betyder variabel? Hvilke regler gælder for regning med tal? Hvad betyder det at beskrive generelle sammenhænge? Hvad betyder begreberne addition, subtraktion og multiplikation?

Efterfølgende kan elevernes spørgsmål danne udgangspunkt for en klassesamtale om teorirammens indhold. Alternativt kan eleverne i mindre grupper forsøge at besvare hinandens spørgsmål.

OPGAVE 6

A Udtryk c (2 led), udtryk a (3 led), udtryk b (4 led).

Eleverne skal finde ud af, hvor mange led hver regneudtryk indeholder og sætte dem i rækkefølge med det regneudtryk med de mindste antal led først.

OPGAVE 7

A $5a + ab$

B $2ab + 5a - 2b$

C $5a + 4b + c + d$

D $6a + 2b + 2$

Eleverne skal reducere regneudtrykkene mest muligt. Tal evt. med eleverne om at de enkelte led ofte skrives i alfabetisk rækkefølge, men at det ikke er noget krav. Fx er det lige korrekt at skrive $5a + 4b + c + d$ som $4b + 5a + d + c$.

OPGAVE 8

A Gælder ikke.

B Gælder.

C Gælder ikke.

D Du kan ændre på rækkefølgen ved multiplikation og addition.

Eleverne skal undersøge forskellige regneregler. I teorirammen blev vist og beskrevet den kommutative lov for addition. Den blev vist som en generel sammenhæng $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}$ og illustreret som en geometrisk konstruktion.

I punkt A - C skal eleverne undersøge andre regneregler ved at sætte tal ind på variablernes plads. I punkt C kan nogle elever måske undre sig over, hvorfor a og b ikke må være nul. Her kan det være en idé at tale om, at det er *divisoren*, der ikke må være nul. Eleverne kan evt. prøve på sin lommeregner, der vil vise Error! Det er ganske uproblematisk at lade *dividenden* være nul.

OPGAVE 9

A Det er muligt.

B Der er i alt 6 permutationer af de tre led x, y og z.

$x + y + z =$

$x + z + y =$

$y + x + z =$

$y + z + x =$

$z + x + y =$

$z + y + x$.

C Det gælder også for multiplikation.

Også for tre eller flere tal gælder, at ved addition og multiplikation er leddenes hhv. faktorernes orden ligegyldig. Skal man udregne fx 2 + 6 + 4 + 17 får man samme resultat uanset i hvilken rækkefølge, man vælger at addere tallene. Tilsvarende med en multiplikation med mere end to faktorer. Det kan være en god idé, at lade elevernes repræsentationskompetence komme i spil ved at illustrere det algebraiske udtryk med en geometrisk repræsentation.

OPGAVE 10

A Eleverne efterprøver den distributive lov med en sum.

B Elevernes egne forklaringer.

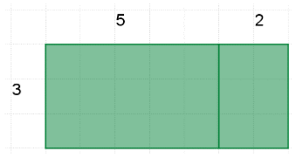
OPGAVE 11

A Eleverne efterprøver den distributive lov med en differens.

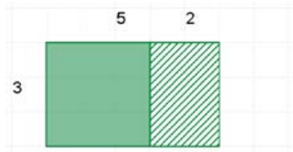
B Elevernes egne forklaringer.

I opgave 10 og 11 arbejder eleverne med henholdsvis den distributive lov med en sum og den distributive lov med en differens. I begge tilfælde kan reglen beskrives ved at sige: Man ganger en flerleddet størrelse med et tal ved at gange hvert led med tallet. Opgaverne kan udvides til, at eleverne kan supplere deres forklaring af de to sammenhænge med en geometrisk repræsentation, fx:

$3 \cdot (5 + 2)$:



og $3 \cdot (5 - 2)$:



OPGAVE 12

A Omkreds: $2 \cdot 3a + 2 \cdot a$ (= $8a$)

B Areal: $a \cdot 3a$ (=$3a^2$)

OPGAVE 13

A Elevfigur med omkreds $10b$.

B Elevfigur med omkreds $6x + 4y$.

C To forskellige elevfigurer med areal $10a$.

D To forskellige elevfigurer med areal $10a^2$.

OPGAVE 14

A $O = 4 + 2y + 2y$ eller

$O = 4 + 4y$

B $O = 8x + 6x - 4$ eller

$O = 14x - 4$

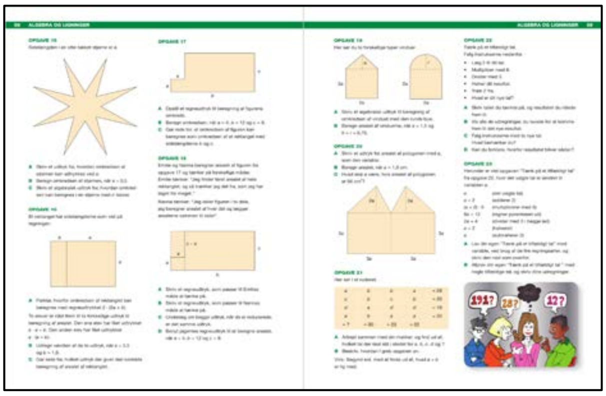
C $O = 6 + x + (x - 3)$ eller

$O = 2x + 3$

D $O = 2x + (x + 3) + 6x + (x + 1)$ eller

$O = 10x + 4$

Eleverne skal i opgave 12-14 arbejde med sammenhængen mellem regneudtryk og geometrisk repræsentation.



MÅL OG FAGLIGT INDHOLD

På disse sider bliver begreberne variabel, led og reduktion præsenteret. Derudover skal eleverne bl.a. arbejde undersøgende med variable og regneregler, og med udgangspunkt i deres undersøgelser selv formulere regneregler.

Opgaverne 15-20 på dette opslag bygger videre på elevernes erfaring fra side 56-57, hvor de arbejdede med oversættelse af regneudtryk til geometriske repræsentationer - og omvendt. I de sidste tre opgaver på side 59 skal eleverne oversætte matematiske problemstillinger til regneudtryk.

Opgaverne indeholder mange forskellige signalord, fx beregn, forklar, undersøg og vis. Det kan derfor være en god idé, inden eleverne arbejder med opgaverne, at have fokus på, hvilke signalord der bruges i opgaverne. Eleverne kan evt. henvises til at læse side 6 i *MULTI 7*, hvor det er beskrevet, hvad begrebet signalord betyder og hvor der er vist nogle eksempler. Eleverne kan også blive bedt om sammen med en makker at finde fem forskellige signalord på opslaget, som de kan diskutere betydningen af. På den måde bliver eleverne opmærksomme på, at de forskellige signalord har betydning for den måde, hvorpå de besvarer opgaven.

Eleverne kan med fordel opfordres til at tegne en skitse til opgaverne 16-20, hvorpå de kan skrive noter, markere arealer m.m. Mange elever kan have gavn af at kunne skitsere oplysninger i en opgave med fx en geometrisk tegning. Det kan være med til at give et større overblik over opgavens indhold og mange informationer, og det vil styrke elevernes repræsentationskompetence.

Tal ligeledes med eleverne om, at der til nogle opgaver kan være mere end en rigtig løsning.

FACITLISTE OG UDDYBENDE VEJLEDNING

OPGAVE 15

A $O = 16 \cdot a$

B $O = 8$

C $O = n \cdot 2 \cdot a$

OPGAVE 16

A Halvdelen af omkredsen er:
$b + a + a = 2a + b$, derfor må omkredsen af hele figuren være $2 \cdot (2a + b)$.

B Elev 1:
$a \cdot a + b$ og $3{,}5 \cdot 3{,}5 + 1{,}5 = 13{,}75$.
Elev 2:
$a \cdot (a + b)$ og $3{,}5 + (3{,}5 + 1{,}5) = 8{,}5$.

C Udtrykket $a \cdot (a + b)$ er det rigtige, da man herved får arealet af rektanglet med siderne a og b med, når a ganges ind i parentesen.

OPGAVE 17

A $O = a + a + b + c + (b - a) + (c - a)$

B $O = 42$

C Når udtrykket fra punkt A reduceres, får man $2(b + c)$ – altså netop omkredsen af et rektangel med sidelængderne b og c.

I opgave 17 kan det for nogle elever være svært at gennemskue, hvorfor omkredsen af figuren kan beskrives som omkredsen af et rektangel med sidelængderne b og c, når længden a er vist på den geometriske repræsentation. Det kan evt. være en hjælp først at forklare ud fra den geometriske tegning, hvorfor omkredsen kan beskrives med b og c. Herefter kan elever, der ikke umiddelbart kan reducere regneudtrykket fra punkt A, måske opstille et algebraisk regneudtryk. Bemærk ligeledes, at der ikke direkte står i opgaven, at eleverne skal reducere regneudtrykket fra punkt A, hvorfor nogle elever måske ikke umiddelbart gennemskuer, at det er en måde at løse punkt C på.

OPGAVE 18

A $A = b \cdot c - (a \cdot (c - a))$

B $A = a \cdot a + c \cdot (b - c)$

C Begge udtryk kan reduceres til $a^2 + bc - ac$.

D 88.

Eleverne skal opstille regneudtryk og efterfølgende reducere dem. De kan fx bruge den geometriske tegning til at forklare, hvordan Emilie og Nanna tænker.

OPGAVE 19

A $O = 3 \cdot 2a + \frac{2a+\pi}{360}$

B I første oplag af *MULTI 7* har der indsneget sig en fejl. I punkt B skulle have været:
Beregn arealet af vinduerne, når $a = h = r = 1{,}5$.
Resultatet er da:
Vindue med trekant: 11,25.
Vindue med halvcirkel: 12,53.

OPGAVE 20

A Arealet kan beregnes på mange måder – fx som arealet af de to (kongruente) trekanter plus arealet af de to (kongruente) kvadrater. I så fald får man:
$A = 2 \cdot 0{,}5 \cdot 2a \cdot 3a + 2 \cdot 3a \cdot 3a$ $(= 24a^2)$

B 54

C 2

Eleverne skal i opgave 19 og 20 arbejde med spørgsmål, der minder om problemerne i opgave 16-18, hvorfor der kan arbejdes på samme måde i de to opgaver.

OPGAVE 21

A I første oplag af *MULTI 7* er de to tal 30 og 23 i nederste række afrundet forkert. Der skulle have stået 36 i stedet for 30 og 18 i stedet for 23. Så bliver værdierne af de fire variable:
$a = 3$, $b = 11$, $c = -1$, $d = 5$.

B Elevernes egne forklaringer.

Opgave 21 kan gribes an på forskellig vis. Der gives nederst i opgaven et vink om, at man evt. kan begynde med at finde ud af, hvad $a + b$ er. Nogle elever vil formodentlig prøve sig frem ved tilfældigt at sætte forskellige tal ind for de variable *a, b, c* og *d*.
Andre vil arbejde mere systematisk og fx bruge hintet nederst i opgaven. Det kan fx gøres på denne måde: I den øverste række står der $\boldsymbol{a+b+b+a=28}$. Det vil sige, at $\boldsymbol{a+b=14}$. Eleverne kan herefter prøve sig frem med forskellige kombinationer fx $a = 1$ og $b = 13$, $a = 2$ og $b = 12$, $a = 3$ og $b = 11$ osv. De kan hver gang tjekke ved at sætte tallene ind i den anden spalte, hvor $\boldsymbol{b+b+a+b=36}$.
Hvis udtrykket ikke giver 36, så er tallene ikke rigtige. Det rigtige svar er $a = 3$ og $b = 11$. Derefter kan *c* fx findes ved at opstille regneudtrykket $\boldsymbol{c+b+c+b=20} \Leftrightarrow$ (2. række)

$2b + 2c = 20 \Leftrightarrow$
$2 \cdot 11 + 2c = 20 \Leftrightarrow$
$c = -1$

Herefter kan eleverne finde *d*.

OPGAVE 22

A – D Elevernes egne beregninger og overvejelser.

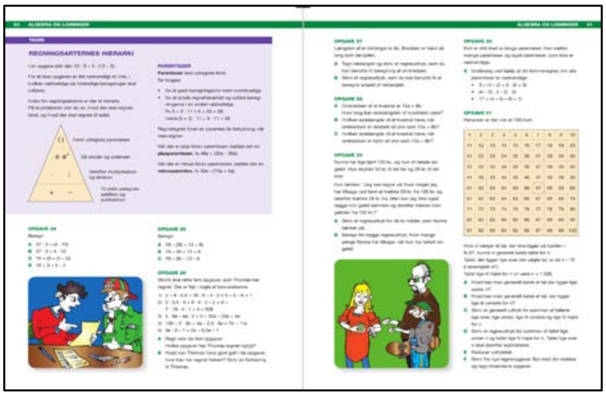
OPGAVE 23

A – B Elevernes egne opgaver og afprøvninger.

Opgave 22 og 23 har et vist overlap, men lad eleverne prøve at forklare punkt D med et algebraisk regneudtryk ved at sætte det tilfældige tal til *x*. Det kan være, at eleverne ikke har løst den første del i opgave 23.

- $2 + \mathrm{x}$
- $6(2 + x) = 12 + 6x$
- $(12 + 6x) : 3 = 4 + 2x$
- $(4 + 2x) : 2 = 2 + x$
- $2 + x - 2 = x$

Der er mange forskellige løsninger til opgave 23. Opgaven kan differentieres ved at stille forskellige krav til "Tænk på et tilfældigt tal". Det kan fx være krav til antallet af punkter, at alle fire regningsarter skal bruges, at der kun må bruges to regningsarter osv.



MÅL OG FAGLIGT INDHOLD

Eleverne repeterer på dette opslag regningsarternes hierarki. Opgaverne på opslaget er en blanding af færdighedsprægede opgaver og opgaver, hvor eleverne skal oversætte matematiske og hverdagsrelaterede problemer til regneudtryk.

Det kan være en god idé at lade eleverne arbejde med opgaverne både med og uden lommeregner. I dag kan de fleste lommeregnere "holde styr på" regningsarternes hierarki. Det vil sige, at når man taster et regneudtryk ind på lommeregneren, så får man det korrekte resultat. Det er ikke dog ikke alle lommeregnere, der har regningsarternes hierarki indbygget, derfor kan det være hensigtsmæssigt, at eleverne tjekker, hvordan deres lommeregner fungerer. Lad eleverne tjekke den lommeregner, som de primært bruger i undervisningen, fx på telefonen, tablet m.m.

FACITLISTE OG UDDYBENDE VEJLEDNING

TEORI: REGNINGSARTERNES HIERARKI

Regningsarternes hierarki er ikke et nyt begreb for eleverne, da de både i *MULTI 5* og *MULTI 6* har arbejdet med det. Indholdet i teorirammen og opgaverne på dette opslag vil derfor også i nogen grad være en repetition af tidligere lært stof.

I teorirammen præsenteres kort, hvilken betydning parenteser kan have. I relation til regningsarternes hierarki, så er det relevant at tale med eleverne om, hvordan parenteser kan bruges til at bryde regnehierarkiet. Det kan desuden være relevant at tale om, at parenteser bruges til at adskille fortegn, fx et negativt tal, og regnetegn i et regneudtryk. Eksempelvis $9 + 4 \cdot (-3)$.

Parentesen har ligeledes betydning i nedenstående sammenhæng, hvor man får forskellige fortegn, alt efter om man har parentes eller ej.

I dette tilfælde er tallet sat i anden potens, hvorefter der sættes minus foran:
$-4^2 = -1 \cdot 4^2 = -1 \cdot 4 \cdot 4 = -16$

I dette tilfælde er det negative tal sat i anden potens:
$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$

OPGAVE 24

A 151
B 151
C 24
D 24

OPGAVE 25

A 24
B 62
C 24

I opgave 24 og 25 kan eleverne fx først regne opgaverne uden lommeregner og efterfølgende med lommeregner. Opgaverne kan udvides med, at lade eleverne, ved hjælp af regningsarternes hierarki, forklare for en makker, hvordan de har løst opgaverne, og hvorfor resultaterne bliver ens/forskellige.

OPGAVE 26

A Facits til de fem opgaver er:

1) 2

2) 77

3) $24a + 5$

4) $-11a + 7b$

5) $6{,}5a \cdot 1$

Thomas har regnet rigtigt i opgave 4 og 5.

B Thomas' fejl er:

1) $2 + 8 \cdot 0{,}5$ bliver til $10 \cdot 0{,}5 = 2$, dvs. Thomas adderer, før han multiplicerer.

2) Thomas regner, som om der stod parenteser således:

$2 \cdot 3{,}5 \cdot (9 + 9) : (3 \cdot 2) + 4$.

Han foretager altså additioner og subtraktioner før multiplikationer og divisioner.

3) Thomas regner, som var der sat parenteser således:

$4 \cdot 8a \cdot 4a \cdot (2 + 5)$.

Nogle af regneudtrykkene i opgave 26 indeholder variable, hvilket måske kan forvirre nogle elever. Derfor kan det evt. være nødvendigt at forklare, at regningsarternes hierarki også gælder for regneudtryk, der indeholder variable. Eleverne kan med fordel arbejde sammen med en makker i denne opgave.

OPGAVE 27

A Elevernes egne tegninger af rektangel med sidelængderne $3a$ og $6a$.

$O = 2 \cdot 6a + 2 \cdot 3a$

B $A = 3a \cdot 6a = 18a^2$.

OPGAVE 28

A $3a + 2b$

B $6a + 4b$

C $1{,}5a + b$

Eleverne kan opfordres til også at tegne skitser, når de arbejder med opgave 28. Med en skitse kan problemstillingen blive mere visuel og overskuelig for eleven, da det bliver mere tydeligt, hvilke informationer der er kendte, og hvilket spørgsmål der ønskes svar på.

OPGAVE 29

A $125 - 53 - 28$

$125 - (53 + 28)$

B 44 kr.

I denne opgave kan det være relevant at tale om, hvilken betydning det har for resultatet, om der sættes en parentes i regneudtrykket i de to svar i punkt A.

Det kan være spørgsmål som: "Hvilken betydning har det, hvis der i Nynnes første forslag skrives 125 – (53 – 28)?" og "Hvilken betydning har det, hvis der i Nynnes andet forslag ikke sættes en parentes?". Der vil formodentlig være elever, der ikke har sat parentesen, hvorfor det vil være en god idé at tale om, hvilken betydning parenteser har. Det vil også være en fin overgang til arbejdet med opgave 30.

OPGAVE 30

A $3 + (4 - 2) + 2 \cdot (5 + 3)$.

Første parentes er ikke nødvendig.

B $(4 - 2) \cdot 3 - (2 \cdot 5)$.

Anden parentes er ikke nødvendig.

C $17 + (4 - 5) - (6 + 1)$

Første parentes er ikke nødvendig.

Eleverne skal i opgave 30 undersøge, hvilke parenteser der er nødvendige. Tal med eleverne om, hvordan de har undersøgt problemstillingen. Eleverne kan fx starte med at beregne resultatet af regneudtrykket med alle de i opgaven satte parenteser. Herefter kan de fjerne første den ene parentes, så den anden, og til sidst begge parenteser og hver gang tjekke resultatet. På den måde kan de systematisk undersøge, hvilke parenteser der kan undværes, og hvilke der ikke kan undværes. Lad eleverne forklare resultatet af deres undersøgelse for deres makker.

OPGAVE 31

A $n + 10$

B $n - 1$

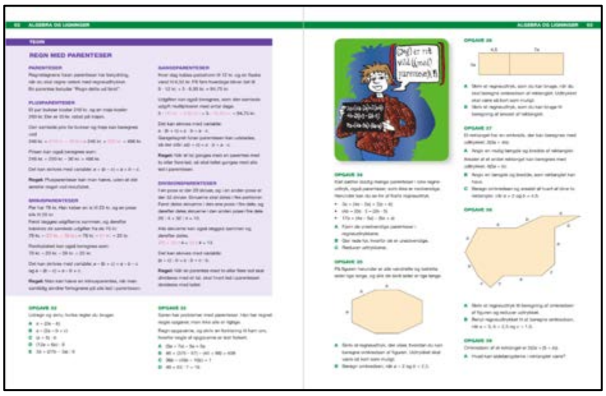
C $(n - 10) + (n + 1) + (n + 10) + (n - 1) = 4n$

D $n + 10 + n + 1 - (n - 10)$

E $n + 21$

F Elevernes egne opgaver.

Eleverne skal skrive tal og regneudtryk med udgangspunkt i det viste 100-kort. Tal fx med eleverne om, hvad det vil sige at generalisere indenfor matematikken. Eleverne skal forstå, at variablen n repræsenterer det "valgte tal" - i det givne eksempel er det tallet 57. Eleverne kan evt. opfordres til at efterprøve deres generelle regneudtryk ved at sætte tal ind på den variables plads, og på den måde tjekke om det generelle regneudtryk er korrekt.



MÅL OG FAGLIGT INDHOLD

På dette opslag skal eleverne arbejde med, hvilken betydning regnetegnene har, når de skal regne videre med regneudtrykket. Eleverne bliver i teorirammen præsenteret for, hvordan de kan behandle plus-, minus-, gange- og divisionsparenteser. Efterfølgende arbejder de med opgaver, der knytter sig til den præsenterede teori.

FACITLISTE OG UDDYBENDE VEJLEDNING

TEORI: REGN MED PARENTESER

I teorirammen er der fokus på forskellige regler, når man skriver regneudtryk. De beskrevne regler er vigtige at kende, når eleverne skal omskrive og reducere regneudtryk.

Alle fire regneregler tager udgangspunkt i en kontekst, hvor løsningen er vist med et regneudtryk. Når eleverne arbejder med overvejelser over den samlede pris for et antal varer, hvor mange penge der betales med, hvor mange penge man får tilbage, og hvor mange skruer der kommer i hver bunke, når de skal deles i fire lige store bunker, kommer eleverne omkring betydningen af de forskelle regneregler og regneudtryk med og uden parenteser.

Derefter vises regnereglen med et generelt regneudtryk og til sidst beskrives reglen med ord.

Mængden af informationer i teorirammen er relativ stor, hvorfor det kan være en god idé at lade eleverne gennemgå indholdet sammen med en makker. De kan læse og forklare de forskellige regneregler for hinanden.

Tal med eleverne om, hvad begrebet ´fortegn´ betyder, og hvordan man kan se, om et tal er positivt eller negativt. Repeter evt. om fortegn, at et positivt tal er større end nul, og et negativt tal er mindre end nul.

OPGAVE 32

A $3a - b$. Hævning af plusparentes.
B $-a + b - c$. Hævning af minusparentes.
C $ab + 5b$. Tallet 5 ganges med begge led i parentesen.
D $2a + b$. Begge led i parentesen divideres med 6.
E $1\frac{1}{2}a + 3b$. Der divideres i begge led i parentesen og hæves en plusparentes.

OPGAVE 33

A Rigtigt.
B Resultat: 232. Søren har glemt at lægge sammen i den sidste parentes, før han subtraherer.
C Resultat: b. Søren hæver tilsyneladende minusparentesen rigtigt (eller husker at udregne parentesens indhold før han trækker det fra). Han regner på tallene og får 1, men glemmer, at det er b'er, der er tale om og skriver 1 i stedet for $1b$ ($= b$).

D Resultat: 58. Søren glemmer at dividere, før han adderer.

OPGAVE 34

A De unødvendige parenteser er fjernet:
- $3a + 4a - 2a + 2(a + b)$
- $(4b - 2b) \cdot 3 - 2b \cdot 5$
- $17a + 4a - 5a - (6a + a)$

B De fjernede parenteser er unødvendige fordi,
- $+ (4a - 2a)$ er en plusparentes, og den kan hæves, uden at det ændrer noget ved resultatet. Dvs. $4a - 2a$.
- $(2b \cdot 5)$ er ét led, som er adskilt fra det andet led $(4b - 2b) \cdot 3$ med et minustegn. Jf. regningsarternes hierarki, så er multiplikation før subtraktion.
- $+ (4a - 5a)$ er en plusparentes, og den kan hæves, uden at det ændrer noget ved resultatet. Dvs. $4a - 5a$.

C Reduceret
- $7\mathrm{a} + 2\mathrm{b}$
- $4b$
- $-a$

OPGAVE 35

A $O = 4a + 4b$

B $O = 18$

OPGAVE 36

A $O = 22a + 9$

B $A = 4a \cdot (4{,}5 + 7a) = 28a^2 + 18a$

OPGAVE 37

A Længden kan være $3a$ og bredden kan være $4b$. Der er mange andre muligheder, fx $2a$ og $4b + a$, a og $4b + 2a$ osv.

B Længden kan være 4 og bredden kan være $2a + b$. Der er mange andre muligheder, fx 1 og $8a + 4b$, 2 og $4a + 2b$ osv.

C Rektangel 1: $O = 54$.
Rektangel 2: $O = 42$.
Svarene her givet for det først nævnte forslag i punkt A og B.

Rektangel 1:
Omkreds $O = 54$.
Areal $A = 162$ (Ved andre forslag vil dette tal ændres).

Rektangel 2:
Omkreds $O = 29$ (Ved andre forslag vil dette tal ændres)
Areal $A = 42$.

Eleverne kan tale med deres makker om, hvordan de har løst opgaven, og hvilke svar de har fået. De kan ligeledes vise deres besvarelse med en geometrisk repræsentation. Eleverne vil erfare, at der ikke altid er ét rigtigt svar på en opgave. Som det er nævnt i facit til opgaven, så er der flere løsninger på punkt A og B.

OPGAVE 38

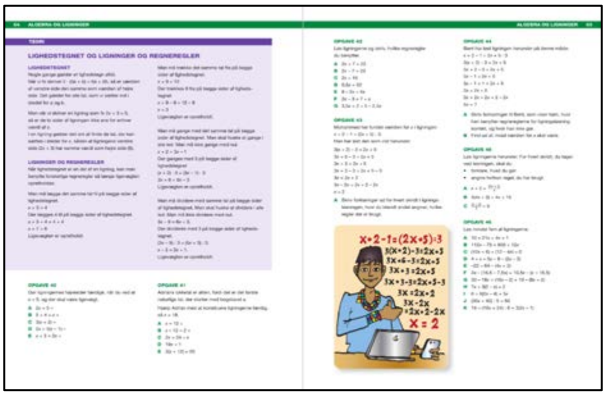
A $O = 4a + 4b + 3c$.

B Omkreds: 26,5.

OPGAVE 39

A Det "oplagte" svar (når omkredsen er skrevet som $2(2a + (5 + b))$ er, at siderne kan være $2a$ og $5 + b$. Der er imidlertid mange andre muligheder, og hvis omkredsen fx var skrevet som $2(a + (a + 5 + b))$, ville det oplagte svar være a og $a + 5 + b$. Kravet er blot, at de to valgte sidelængder tilsammen giver $2a + b + 5$.

Arbejdet med denne opgave kan evt. foregå på samme måde som beskrevet under opgave 37.



MÅL OG FAGLIGT INDHOLD

På dette opslag skal eleverne arbejde med regneregler for ligningsløsning. I teorirammen er først beskrevet, at lighedstegnet kan have forskellig betydning afhængigt af, i hvilken sammenhæng det optræder. Efterfølgende er regneregler for ligninger beskrevet.
I opgaverne på opslaget arbejder eleverne med ligningsløsning med udgangspunkt i teorirammens indhold.

Eleverne har arbejdet med løsning af simple ligninger på mellemtrinnet - både med og uden digitale værktøjer. De har derfor et kendskab til udtrykket "modsatte regningsarter". Forud for arbejdet med ligningsreglerne i teorirammen kan klassen i fællesskab kort repetere de modsatte regningsarter. To regningsarter, der "ophæver" hinanden kaldes modsatte regningsarter.

Addition og subtraktion er modsatte regningsarter. Hvis man først lægger et tal til og derefter trækker det fra, så ender man, hvor man startede - og omvendt.
Fx 15 + 10 – 10 = 15 eller 15 – 10 + 10 = 15.

Multiplikation og division er modsatte regningsarter. Hvis man først multiplicerer med et tal og derefter dividerer med det samme tal, så ender man, hvor man startede - og omvendt.
Fx 15 • 10 : 10 = 15 eller 15 : 10 • 10 = 15.

Inden eleverne læser indholdet i teorirammen, kan man fx tale med eleverne fælles i klassen om, hvad de mener et lighedstegn kan betyde. Eleverne har mødt lighedstegnet som et af de første symboler i skolen. Lighedstegnet kan som matematisk notation anvendes på flere forskellige måder, men det er der sikkert ikke ret mange elever, der tænker over. Derfor kan det være en god idé, at lade dem reflektere over betydningen af lighedstegnet i forskellige sammenhænge. Eleverne kan finde eksempler i bogen, hvor lighedstegnet bruges forskelligt.

FACITLISTE OG UDDYBENDE VEJLEDNING

TEORI: LIGHEDSTEGNET, LIGNINGER OG REGNEREGLER

Teorirammen indledes med en beskrivelse af lighedstegnets betydning i to forskellige sammenhænge.
Først er beskrevet lighedstegnet, hvor det anvendes som angivelse af, at selv om to størrelser ser forskellige ud, så er de altid ens, fx: 5 + 6 = 11.

$3(2x - 11y) = 6x - 33y$
I regneudtrykket herover er værdien af højre og venstre side ens for hvert tal, der sættes ind i stedet for x og y.
Det andet lighedstegn, der er beskrevet, er et "ligningslighedstegn", hvor lighedstegnet kan forstås som en opgave, hvor det handler om at finde ud af, hvad den/de variable skal være, så ligningens højre og venstre side får samme værdi, fx: $5x + 1 = 21$ og $3x = 24 + x$.

Opgaverne på opslaget handler primært om sidstnævnte forståelse af lighedstegnet, altså opgaver hvor eleverne skal bruge de i teorirammen beskrevne regneregler for ligninger.

Udover ovennævnte beskrivelser af lighedstegnets anvendelse, kan det også anvendes på følgende måder:

- I forbindelse med "navngivning", fx af mængden af tal eller en bestemt funktion. Eksempelvis:
  $B = \{2,4,6\}$ eller
  $f(x) = 3x + 5$
- I situationer, hvor en variabel er tildelt en bestemt værdi "tildelingslighedstegn". Eksempelvis:
  Omkredsen af rektanglet er $8a$. Beregn omkredsen, når $a = 2$.
- Som viser sammenhængen mellem to variable. Eksempelvis:
  Linjen l har ligningen $y = -2x + 1$

Tal fx med eleverne om, hvad de mener, det vil sige at løse en ligning - inden regnereglerne for ligninger bliver gennemgået. Opstil fx tre forskellige simple ligninger på tavlen og lad eleverne løse dem i mindre grupper. Eleverne kan forklare for hinanden, de løste ligningerne.

Alle opgaver på dette opslag handler om at løse ligninger ved hjælp af de regneregler, der er beskrevet i teorirammen. Eleverne kan evt. arbejde parvis, så de kan forklare for hinanden, hvordan de har løst ligningerne, og hvilke regneregler de har brugt.

OPGAVE 40

A $2x + 5 = 15$
B $5 + 4 = x + (-4)$
C $3(x + 2) = 21$
D $2x = 5(x - 1) - 10$
E $x + 3 = 2x + (-2)$

OPGAVE 41

A $x = 12 + 6$
B $x - 12 = 2 + 4$
C $2x = 24 + x - 6$
D $19x = 1 + 341$
E $3(x + 12) = 20 + 70$

OPGAVE 42

Eleverne skal notere de regneregler, de bruger. Herunder er blot anført ligningernes løsninger:

A $x = 8$
B $x = 15$
C $x = 8$
D $x = 64$
E $x = 1$
F $x = 10$
G $x = 0{,}5$

OPGAVE 43

A $3(x + 2) - 3 = 2x + 5$
$3x + 6 - 3 = 2x + 5$ (multiplicerer ind i parentesen)
$3x + 3 = 2x - 5$ (reducerer udtrykket på venstre side af lighedstegnet)
$3x + 3 - 3 = 2x + 5 - 3$ (subtraherer 3 på begge sider af lighedstegnet)
$3x = 2x + 2$ (reducerer på højre side af lighedstegnet)
$3x - 2x = 2x + 2 - 2x$ (subtraherer 2x på begge sider af lighedstegnet)
$x = 2$ (reducerer på højre og venstre side af lighedstegnet)

OPGAVE 44

A $x + 2 - 1 = 2x + 5 : 3$
$3(x + 2) - 3 = 2x + 5$
(Divisoren 3 på højre side dukker "på mystisk vis" op som subtrahend på venstre side)

$3x + 2 - 3 = 2x + 5$
(Fejl på venstre side. Begge led i parentesen skal multipliceres med 3).

$3x - 1 = 2x + 1$
$3x - 1 + 1 = 2x + 5$
(Fejl. Adderer kun tallet 1 på venstre side af lighedstegnet).

$3x = 2x + 5$
$3x + 2x = 2x + 2 - 2x$
(Fejl. Subtraherer $2x$ på højre side af lighedstegnet, men adderer $2x$ på venstre side af lighedstegnet).

$5x = ?$
Her givet Bent åbenbart op. Hjælp ham!

B $x = -\frac{2}{3}$

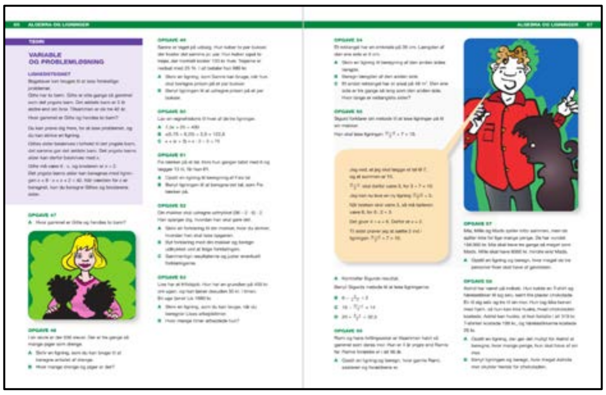
OPGAVE 45

Eleverne skal i hver ligning forklare, hvad de gør og angive den eller de regler, de bruger.

A $x = -6$
B $x = \frac{9}{8}$ $(\approx 1{,}125)$
C $x = 23$

OPGAVE 46

A $x = -\frac{9}{17}$ $(\approx -0{,}5294)$
B $x = 8{,}75$
C $x = -3$
D $x = 5$
E $x = 21$
F $x = 0$
G $x = \frac{11}{7}$ $(\approx 1{,}5714)$
H $x = -1$
I $x = 2$
J $x = 7$
K $x = 2$



MÅL OG FAGLIGT INDHOLD

Eleverne skal på dette opslag arbejde med at bruge ligninger til at løse forskellige matematiske og praktiske problemstillinger.

Opslaget indledes med en teoriramme, hvori der gives et eksempel på, hvordan man kan løse en opgave ved at opstille og løse en ligning. Efterfølgende arbejder eleverne med opgaver, hvor de selv skal løse forskellige problemer ved at opstille og løse ligninger.

Det kan være en god idé, at lade eleverne arbejde med opgaverne på dette opslag parvis eller i små grupper, så de undervejs kan tale om, hvordan de løser opgaverne.

På det forrige opslag skulle eleverne hovedsageligt finde en løsning til en ligning. På dette opslag skal de primært opstille en ligning, der passer til en situation eller en løsning. Der kan godt være elever, der uproblematisk kan løse den ene type opgaver, men som har vanskeligt ved at løse den anden.

Repeter evt. lighedstegnets betydning i arbejdet med ligninger, så de er bevidste om, at lighedstegnet ikke altid er et udtryk for, at noget skal regnes ud, men at det betyder, at de to regneudtryk på begge sider af lighedstegnet har samme værdi. Eleverne kan evt. først gætte og prøve sig frem, når de løser opgaverne på opslaget og efterfølgende forsøge at opstille en ligning.

FACITLISTE OG UDDYBENDE VEJLEDNING

TEORI: VARIABLE OG PROBLEMLØSNING

I teorirammen er kort beskrevet, hvordan en opgave kan vises med en ligning. Løsningen på selve problemet skal eleverne arbejde med i opgave 47.

Lad fx eleverne i mindre grupper løse det beskrevne problem uden først at have læst den opstillede ligning. De kan diskutere, hvilken strategi de har brugt - har de fx prøvet sig frem, brugt tegninger eller har de opstillet en ligning.

OPGAVE 47

A Gitte er 32 år, det yngste barn er 4 år og det ældste 6 år.

Eleverne skal bruge oplysningerne fra teorirammen til at finde alderen på Gitte og hendes to børn. Lad evt. eleverne forklare for hinanden, hvorfor de kan bruge ligningen: $x + 8 \cdot x + x + 2 = 42$ til at beregne alderen på Gittes yngste barn, og hvordan de kan bruge den viden til at beregne Gittes alder og det ældste barns alder.

Yngste barn: $10x + 2 = 42 \Leftrightarrow x = 4$
Ældste barn: $2 + x$, dvs. $2 + 4 = 6$
Gitte: $8 \cdot x$, dvs. $8 \cdot 4 = 32$

OPGAVE 48

A $636 = x + 3x$
B 159 drenge og 477 piger.

OPGAVE 49

A $680 = 2x + 240 \cdot 0{,}75$
B 250 kr.

OPGAVE 50

A – C Elevernes egne regnehistorier til de tre ligninger.

OPGAVE 51

A $61 = x \cdot 6 + 13$
B Fie tænkte på tallet 8.

OPGAVE 52

A En forklaring kunne lyde sådan:
Du skal bruge reglerne for regningsarternes hierarki. Dvs., at først skal du regne parentesen. I parentesen er der to led, nemlig 36 og 2 gange 6. Du skal først regne $2 \cdot 6$, og derefter trække resultatet fra 36.

$(36 - 12) = 24.$ Til slut dividerer du 24 med 2, dvs. resultatet er 12.

B Eleverne bytter regneudtryk og følger makkerens forklaring.

C Resultatsammenligning og evt. justering af forklaringer.

OPGAVE 53

A 1660 = 30 • x + 400

B 42 timer

OPGAVE 54

A 36 = 2 • x + 12

B 12 cm

C 4 m og 12 m

Eleverne kan evt. tegne en skitse af et rektangel, hvor længden af den ene side (6 cm) skrives på. Skitsen kan være godt som et billede på, hvilket problem, der beskrives i opgaven.

OPGAVE 55

A Elevkontrol af Sigurds resultat.

B Ligningsløsning med Sigurds metode.

Her er et bud:

$$6 - \frac{5}{x-2} = 2$$

1. Hvad skal jeg trække fra 6 for at få 2? Svar: 4

$$\frac{5}{x-2} = 4$$

2. Hvad skal 5 divideres med for at få 4? Svar: $\frac{5}{4}$ – og her vil en del elever behøve hjælp!

$$x - 2 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

3. Hvad skal jeg trække 2 fra for at få $1\frac{1}{4}$? Svar $3\frac{1}{4}$

Løsning: x = $3\frac{1}{4}$

C Ligningsløsning med Sigurds metode.

Her er et bud:

$$15 - \frac{12 + x}{4} = 14$$

1. Hvad skal jeg trække fra 15 for at få fjorten? Svar: 1

$$\frac{12 + x}{4} = 1$$

2. Hvad skal jeg dividere med 4 for at få 1? Svar: 4

12 + x = 4

3. Hvad skal jeg lægge til 12 for at få 4? Svar: –8.

Løsning: x = –8.

D Ligningsløsning med Sigurds metode:

$$20 + \frac{5 \bullet x}{2} = 32{,}5$$

1. Hvad skal jeg lægge til 20 for at få 32,5? Svar: 12,5

$$\frac{5 \bullet x}{2} = 12{,}5$$

2. Hvad skal jeg dividere med 2 for at få 12,5? Svar: 25.

5x = 25.

3. Hvad skal jeg gange med 5 for at få 25? Svar: 5.

x = 5.

OPGAVE 56

Hvis vi betegner moderens alder med x, ved vi, at tvillingerne tilsammen er $\frac{x}{2}$ år, og at Ramis far er x + 4 år.

Da forældrene tilsammen er 96 år, kan vi opstille følgende ligning:

A $96 + \frac{x}{2} = x + 4 + x + \frac{x}{2}$

Mor: 46 år

Far: 50 år

Rami og søster: 13 år.

OPGAVE 57

Hvis Mads' andel kaldes x, har vi:

A 156 000 = (3 • x) + x + (x – 6000)

Mads: 32 400 kr.

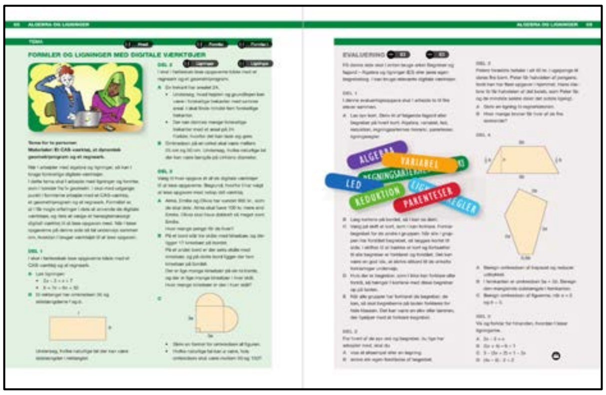
Mille: 26 400 kr.

Mia: 97 200 kr.

OPGAVE 58

A 319 = 199 + 25 + 4 • x

B Astrid skylder sin mor 71,25 kr.



MÅL OG FAGLIGT INDHOLD

På dette opslag skal eleverne på den første side arbejde med temaet "Formler og ligninger med digitale værktøjer", og på den anden side skal de arbejde med evaluering af kapitlet.

MATERIALER

- CAS-værktøj
- Et dynamisk geometriprogram
- Regneark
- Evt. en skærmoptager

PRINTARK

- E3 Begreber og fagord - Algebra og ligninger

FACITLISTE OG UDDYBENDE VEJLEDNING

TEMA: FORMLER OG LIGNINGER MED DIGITALE VÆRKTØJER

DEL 1

Opgaverne løses med et CAS-værktøj og et regneark.

A Første ligning: $x = 10$

Anden ligning: $x = 26$

B Opgaven kan fx løses med et regneark således:

B2 | fx =18-B3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	Længde:	17	16	15	14	13	12	11	10	9
3	Bredde	1	2	3	4	5	6	7	8	9

DEL 2

A Eleverne finder (mindst) fem forskellige trekanter med areal 24. Et resultat, hvor $h \cdot g = 48$ vil være korrekt, fx $(h, g) = (1, 48); (2, 24); (3, 16); (4, 12); (6, 8)$.

Elevernes forklaring på, hvorfor der findes (uendeligt) mange trekanter med areal 24.

B Diameteren d skal opfylde: $8 \leq d \leq 15$.

I besvarelsen i punkt A er der ikke noget krav til, at højden og grundlinjen skal være naturlige tal, hvorfor der er uendelig mange trekanter med arealet 24.

DEL 3

Eleverne begrunder deres valg af digitalt værktøj.

A Alma: 300 kr.

Emilie: 200 kr.

Olivia: 400 kr.

B Hvis x angiver antallet af kirsebær i hver skål, har vi

$x + 17 = 6x + 5 \Leftrightarrow x = 4$

Der er altså 4 kirsebær i hver skål.

C $O = 6a + 3a \cdot \pi$ Naturlige tal: $4 \leq a \leq 9$.

Eleverne skal i dette tema arbejde med ligninger og formler, som de allerede kender fra fx geometri. Målet med temaet er, at eleverne i forbindelse med forskellige opgaver får erfaringer med

- at vælge et hensigtsmæssigt digitalt værktøj og
- at anvende forskellige digitale værktøjer til problemløsning.

Eleverne har i *MULTI 6* arbejdet med digitale værktøjer bl.a. i forbindelse med ligninger og formler, og deres kendskab til CAS (Computer Algebra System), regneark og dynamisk geometriprogram er derfor ikke nyt.

Inden eleverne arbejder med temaet, kan der i klassen tages en klassesamtale om, hvornår og til hvilke typer opgaver eleverne bruger digitale værktøjer. Der kan også tales om, hvorvidt det altid er hensigtsmæssigt at bruge digitale værktøjer eller om der er situationer eller opgavetyper, hvor det ikke er hensigtsmæssigt.

Da det ikke er alle elever, der har lige stor erfaring med brugen af digitale værktøjer, kan de evt. arbejde sammen i par, hvor den ene har nogen kendskab til de enkelte værktøjer og den anden et mindre kendskab. Alternativt kan et par med stort kendskab "kobles" til et par med mindre kendskab, så det er muligt at hjælpe hinanden indbyrdes.

Eleverne kan fx fremstille en skærmvideo til nogle af opgaverne. Videoen kan dels bruges som forklaring på løsningsmetoden og dels som en "digital note", eleven senere kan anvende ved løsning af lignende opgaver.

I *MULTI 7* - i-bog er videoer knyttet til denne side, der fx forklarer, hvordan man arbejder med formler og ligninger i de forskellige digitale værktøjer.

Det er muligt at læse mere om de forskellige programmer og digitale værktøjer i indledningen til denne lærervejledning til *MULTI 7*.

EVALUERING

Eleverne skal på denne side evaluere de mål, fagord og begreber, de har arbejdet med gennem kapitlet.

DEL 1

A – E Elevaktivitet. Eleverne forklarer betydningen af de begreber, de har lært om.

DEL 2

A – B Elevaktivitet. Eleverne viser eksempler på og skriver deres egen forståelse af de begreber, de har lært om.

DEL 3

A Hvis x beskriver det beløb, Peter får, kan x findes af ligningen:
$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 80$
Hvis x beskriver det beløb, Ib får, kan x findes af ligningen:
$2x + x + 2 \cdot \frac{x}{2} = 80$
Hvis x beskriver det beløb, de to mindste får hver, kan x findes af ligningen:
$4x + 2x + 2x = 80$

B Peter får 40 kr., Ib får 20 kr. og de to mindste får hver 10 kr.

DEL 4

A $O = 2b + \frac{1}{3}b + 3b + \frac{1}{3}b = 5\frac{2}{5}b$

B Den manglende sidelængde er $2{,}5b$.

C For $a = 2$ og $b = 5$ er
Figur 1: $O = 28\frac{1}{3}$
Figur 2: $O = 35$

DEL 5

Løsningen til ligningerne er

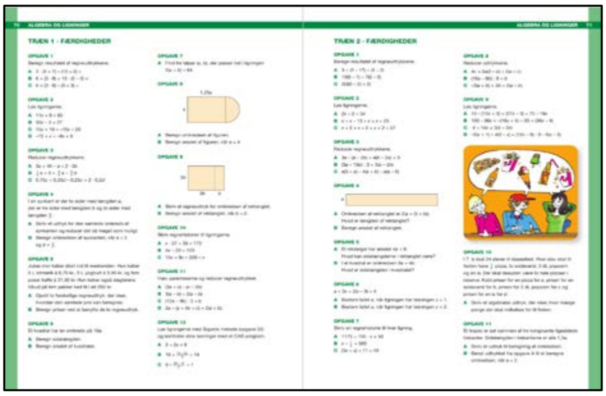
A $x = 3$

B $x = -\frac{1}{2}$

C $x = 0$

D $x = 3$

Som en ekstra del af evalueringen kan eleverne overveje hvordan og med hvilke digitale værktøjer de kan løse opgaverne.



MÅL OG FAGLIGT INDHOLD

På dette opslag skal eleverne arbejde med færdighedsopgaver på to niveauer, der handler om kapitlets emne.

FACITLISTE OG UDDYBENDE VEJLEDNING

TRÆN 1 • FÆRDIGHEDER

OPGAVE 1

A 21
B 17
C 24

OPGAVE 2

A $x = 7$
B $x = 1$
C $x = -1$
D $x = 9$

OPGAVE 3

A $2a + 8b$
B $1{,}25a - 0{,}75b + 3$
C $0{,}5c + 0{,}73d$

OPGAVE 4

A $O = 3a + 3b + (2\frac{a}{2}) = 3a + 3b$
B $O = 13{,}5$

OPGAVE 5

A Skrivemåde 1:
$5 \cdot 6{,}75 + 5 \cdot 9{,}95 + 5 \cdot 31{,}5 + 250$
Skrivemåde 2:
$5 \cdot (6{,}75 + 9{,}95 + 31{,}5) + 250$
B 491 kr.

OPGAVE 6

A Sidelængde: $2{,}5a$
B Areal: $6{,}25a^2$

OPGAVE 7

A Flere løsninger, fx (9, 23) (10, 22) (2, 30).
Alle talpar (a, b), der opfylder, at $b = 32 - a$ vil være løsninger.

OPGAVE 8

A $O = 3{,}5a + \frac{\pi \cdot 3}{2}$
B $A = 26{,}28$

OPGAVE 9

A $O = 12b$
B $A = 32$

OPGAVE 10

A I 7. B er der 26 elever. De skal sammen med deres klasselærer løbe 5 km til skolens motionsdag. Klassen har købt en flaske vand til hver deltager og en hel kasse æbler til 38 kr. I alt betaler de 173 kr. Hvad er prisen på en flaske vand?

B Olga har købt 4 par strømper, men hun har glemt, hvad ét par kostede. Hun betalte i alt 120 kr., og så havde hun fået 20 kr. i rabat.
Hvad kostede et par strømper (før rabatten trækkes fra)?

C Til sin fødselsdag køber Rita nogle poser slik til 15 kr. pr. stk., og hun køber lige så mange chokoladebarer, som koster 9 kr. pr. stk. Ved kassen skal hun betale 200 kr., men hun får samme antal kroner i rabat som antallet af chokoladebarer, hun har købt. Hvor mange poser slik og chokoladebarer køber hun?

OPGAVE 11

A $3a + 2b$

B $5a - 5b$

C $4a - 2b$

D $3a - 2b - c$

OPGAVE 12

A $3 + 2x = 9$
Sigurd tænker: Jeg ved, jeg skal lægge et tal til 3, så summen bliver 9. $2x$ er derfor 6.
Jeg ved så, at jeg skal gange et tal med 2, og det skal blive 6. Tallet er derfor 3.
$x = 3$.

B $16 + \frac{(14 - 2x)}{3} = 18$
Sigurd tænker: Jeg ved, at jeg skal lægge et tal til 16, og at resultatet skal blive 18.
Tallet må derfor være 2, dvs. $\frac{(14 - 2x)}{3} = 2$.
Jeg ved nu, at jeg skal dividere et tal med 3, og at resultatet skal blive 2. Så tallet må være 6, dvs. $14 - 2x = 6$.
Nu skal jeg trække et tal fra 14, så resultatet bliver 6.
Tallet må være 8, dvs. $2x = 8$.
Nu kan jeg se, at x må være 4, for $2 \cdot 4 = 8$.
$x = 4$.

C $9 - \frac{(2x-4)}{2} = 1$
Sigurd tænker: Jeg skal trække et tal fra 9, så resultatet bliver 1. Tallet er så 8, dvs. $\frac{(2x-4)}{2} = 8$.
Nu skal jeg finde et tal, som divideret med 2 giver 8.
Det må være 16, dvs. $2x - 4 = 16$.
Hvis jeg skal trække 4 fra et tal, så resultatet bliver 16, må tallet være 20, dvs. $2x = 20$. $x = 10$

TRÆN 2 • FÆRDIGHEDER

OPGAVE 1

A -11

B 31

C 20

OPGAVE 2

A $x = 18$

B $x = 19$

C $x = 7$

OPGAVE 3

A $-a + 6b + 3$

B $4a - 11b$

C $5a - 4b$

OPGAVE 4

A $5 + b$

B $a \cdot (5 + b) = 5a + ab$

OPGAVE 5

A Der er uendeligt mange muligheder, men hvis vi ønsker, at der udelukkende skal indgå naturlige tal i udtrykket, er der kun 3 løsninger.

Side 1	Side 2
1	$4a + 8$
2	$2a + 4$
4	$a + 2$

B $2a + 5$

OPGAVE 6

A -3

B -4

OPGAVE 7

A Elevernes egne regnehistorier.

OPGAVE 8

A $4a + 6c - 2ab$

B $2a$

C $-a - 2b$

OPGAVE 9

A $x = 2$

B $x = \frac{11}{7}$

C $x = -1$

D $x = -4{,}5$

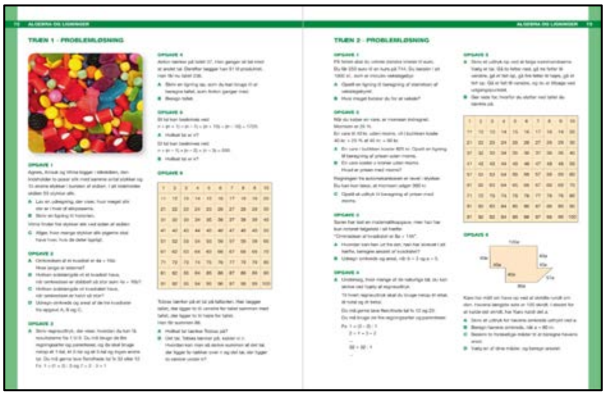
OPGAVE 10

A $14a + 48b + 24c + 24d$

OPGAVE 11

A $O = 5 \bullet 1{,}5a = 7{,}5a$

B Omkredsen er 15.



MÅL OG FAGLIGT INDHOLD

På dette opslag skal eleverne arbejde med problemløsningsopgaver på to niveauer, der handler om kapitlets emne.

FACITLISTE OG UDDYBENDE VEJLEDNING

TRÆN 1 • PROBLEMLØSNING

OPGAVE 1

A Der er (53 – 15) : 2 = 19 stykker i hver pose.

B 53 = 15 + 2 • x

C Pigerne skal have 19 stykker slik hver.

OPGAVE 2

A a + 4b

B (2a + 8b)

C ($\frac{1}{2}$a + 2b)

D Omkreds A: $4a + 16b$

Areal A: $(a + 4b) \cdot (a + 4b) = a^2 + 16b^2 + 8ab$

Omkreds B: $8a + 32b$

Areal B: $(2a + 8b) \cdot (2a + 8b) = 4a^2 + 64b^2 + 32ab$

Omkreds C: $2a + 8b$

Areal C: $\left(\frac{a}{2} + 2b\right) \cdot \left(\frac{a}{2} + 2b\right) = \frac{a^2}{4} + 4b^2 + 2ab$

OPGAVE 3

A Der er flere mulige løsninger. Her er et forslag:

1	(1 + 2) : 3
2	(1 + 3) : 2
3	3 • (2 – 1)
4	3 + 2 – 1
5	(3 + 2) • 1
6	1 • 2 • 3
7	3 • 2 + 1
8	2 • (1 + 3)
9	3 • (2 + 1)

OPGAVE 4

A 236 = 37 • x + 51

B 5

OPGAVE 5

A 344

B 84

OPGAVE 6

A 44

B $n - 20 + n + 20 = 2n$

TRÆN 2 • PROBLEMLØSNING

OPGAVE 1

A 1900 = 250 • 7,44 + x

B 40 kr.

OPGAVE 2

A 825 = x + 25 %

B x + 25 %

C Når momsen udgør 25 % af prisen *uden moms*, vil den udgøre 20 % af prisen med moms, dvs. hvis vi kalder prisen med moms for p, gælder:
p • 0,20 = 350. Det søgte regneudtryk er derfor:
Pris med moms = 350 : 0,2 (prisen med moms er 1750 kr.)

OPGAVE 3

A Søren kan først beregne sidelængden i kvadratet, da den er $\frac{1}{4}$ af omkredsen, dvs. $2a + 3{,}5b$.
Derefter kan Søren beregne kvadratets areal til $(2a + 3{,}5b)^2 = 4a^2 + 12{,}25b^2 + 14ab$.

B Omkreds = 82
Areal = 420,25

OPGAVE 4

A Bemærk opgaveformuleringen: "Undersøg, hvor mange tal *du* kan skrive …" – ikke "Undersøg, hvor mange tal *der kan skrives* …". Der er altså ikke tale om en forventning om, at eleven finder det eksakte antal eller finder alle tal, der kan skrives på den omtalte måde. Fokus er således mere på processen end produktet.
Angående tallene fra 1 til 9: Se opgave 3 i "TRÆN 1 • PROBLEMLØSNING". Muligheden for at skabe nye tal af de tre 1-cifrede tal, 1, 2 og 3 ved brug af parenteser og de fire regningsarter er hermed udtømt.
Af to af de tre cifre kan der sammensættes i alt seks 2-cifrede tal: 12, 21, 13, 31, 23, 32.
Nu kan vi undersøge, om disse tal sammen med det sidste ciffer kan give nye tal ved regningsarterne addition, subtraktion, multiplikation og division (hvis divisoren går op). Se tabel:

2-cifret tal	3. tal	Addition	Subtraktion	Multiplika-tion	Division
12	3	15	9	36	4
21	3	24	18	63	7
13	2	15	11	26	-
31	2	33	29	62	-
23	1	24	22	23	23
32	1	33	31	32	32

Det giver følgende tal, som vi ikke har fundet før:
11, 15, 18, 22, 24, 26, 29, 33, 36, 62 og 63.
I alt 11 nye tal.
Desuden: Af cifrene 1, 2 og 3 kan der sammensættes seks 3-cifrede tal: 123, 132, 213, 231, 312, 321.
Der kan således i alt dannes 9 + 11 + 6 = 26 tal på den omtalte måde.

OPGAVE 5

A $n \rightarrow$
$n + 20 \rightarrow$
$n + 20 - 3 \rightarrow$
$n + 20 - 3 - 10 \rightarrow$
$n + 20 - 3 - 10 + 4 \rightarrow$
$n + 20 - 3 - 10 + 4 - 10 \rightarrow$
$n + 20 - 3 - 10 + 4 - 10 - 1$.

B Når det sidste led reduceres, giver det n.

OPGAVE 6

I første oplag af *MULTI 7* er der en trykfejl i punkt B. Skridtlængden skal ikke være 60 m, men 0,60 m (60 cm). Det giver følgende facits:

A 497a.

B 497 • 0,6 = 298,2 m.

C Eleven beskriver to forskellige metoder til beregning af havens areal.

D Havens areal er 4032 m^2.