Mundtlig matematik - facitliste

FACIT SIDE 169

NUMMERPLADER

PROBLEMSTILLING 1
Eleverne kan fx beregne antallet af mulige nummerpladekombinationer til:
Danmark: $24 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2.160.000$
Sverige: $24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 = 12.441.600$
Holland: $9 \cdot 10 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 10 = 12.441.600$
Italien: $24 \cdot 24 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 24 \cdot 24 = 298.598.400$
Storbritannien: $24 \cdot 24 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 = 716.636.160$

Konklusionen kunne være, at fx Sverige og Holland har lige mange mulige kombinationer.

I beregningen her er valgt, at der kun kan være 9 cifre på første plads i et 2- eller 3-cifret tal, men hvis eleverne fx har valgt, at 0 kan stå på den første plads, så kan det evt. retfærdiggøres matematisk.

Elevernes svar kan også afvige fra eksemplerne her, hvis de har flere end 24 brugbare bogstaver i alfabetet. Eleverne vil se, at der er flest mulige kombinationer i Storbritanniens model.

PROBLEMSTILLING 2
Eleverne kan bruge regnearket 'Indbyggertal'. De skal danne sig et overblik over, hvilke oplysninger der er relevante for arbejdet.
De kan fx sortere tallene ud fra indbyggertal fra størst til mindst og markere de relevante lande.
De kan også vælge at slette de øvrige lande, som ikke indgår i undersøgelsen.

Eleverne vil se, at der er flest kombinationer til Storbritannien og Italien. Begge lande har også flere indbyggere end de øvrige lande. Det kan derfor umiddelbart se ud som om, at desto flere indbyggere landet har, desto flere kombinationer er der.

Men hvis eleverne fx finder forholdet mellem mulige kombinationer og indbyggertallet vil de se, at forholdstallet svinger meget, og der derfor ikke er en sammenhæng.

Eksempelvis er der mulige nummerpladekombinationer til 10 biler pr. indbygger i Storbritannien, mens der kun er til 0,7 eller 0,3 pr. indbygger i Holland og Danmark.

Nu er det heldigvis ikke alle indbyggere, der har en bil, fx tæller indbyggertallet også børn, og de kører og ejer ikke bil.

Land	Indbyggere pr. 1. januar 2017	Antal kombinationer	Forholdstal
Storbritannien	65.808.573	716.636.160	10,88971
Italien	60.589.445	298.598.400	4,928225
Holland	17.081.507	12.441.600	0,728367
Sverige	9.995.153	12.441.600	1,244763
Danmark	5.748.769	2.160.000	0,375733

PROBLEMSTILLING 3

Eleverne skal på baggrund af udviklingen i antallet af biler i Indien give et bud på, hvor mange biler der vil være i Indien i 2050. De skal ligeledes komme med et bud på et nummerpladedesign, som kan rumme så mange biler.

Eleverne kan foretage en regressionsanalyse af datasættet i regnearket. De vil se, at både en lineær model, en vækstmodel og en polynomiel model passer rimelig pænt på datasættet.

En lineær model giver en R^2-værdi på: 0,9876, en vækstmodel giver en R^2-værdi på: 0,9964, mens en polynomiel model giver en R^2-værdi på: 0,9985

Fremskrives der i 45 år (2005 er år 0 i regnearket), giver det antal biler:

Lineær: 77.178.424
Vækst: 1.091.079.004
Polynomiel: 179.398.788

Der er således ret stor forskel alt efter, hvilken model eleverne vælger. Eleverne bør komme omkring i hvert fald en af de tre modeller. Nogle elever har måske overblik nok til at kunne sammenligne konsekvenserne ved de tre forskellige modeller, og kan finde frem til, at selvom R^2-værdierne ligger relativt tæt, så har det alligevel store forskelle, når man fremskriver modellen 45 år.

Elevernes nummerpladedesign kan variere, men de bør vise med beregning, hvor mange kombinationer, deres model giver mulighed for. Der vil formentlig være overvægt at bogstaver i deres design, da et bogstav giver væsentligt flere kombinationer end et tal.

FACIT SIDE 170

FIGURER I FIGURER

PROBLEMSTILLING 1

Eleverne skal undersøge og vise, hvordan de kan beregne størrelsen af så mange vinkler og længder som muligt med udgangspunkt i figuren.
Eleverne får oplyst, at sidelængden i kvadratet er 12.

Eleverne kan beregne længderne mellem punkterne på kvadratets omkreds, da der er tale om midtpunkter og midtpunkter af midtpunkter, fx er $|AE|$ = 6, $|DI|$ = 3.

Eleverne kan beregne $|BH|$ ved hjælp af Pythagoras: $\sqrt{12^2 + 3^2} \approx 12{,}37$.

De kan beregne vinkel CBH ved hjælp af trigonometri: tan $CBH = \frac{3}{12}$ dvs. $CBH = 14{,}04°$.
Denne vinkel går igen flere steder i figuren, og eleverne bør kunne redegøre herfor pga. ligedannede og ensvinklede trekanter. Fx er AI = BH = AF = GI = FI = DG.

Eleverne kan beregne vinkel RAP, efter de har fundet den foregående vinkel:
$90° - 2 \cdot 14{,}04° = 61{,}92°$.

Trekant ABF er ensvinklet og ligedannet med trekant ABT, trekant AEP, trekant BTF osv. De er alle retvinklede trekanter.
Dette kan begrundes ud fra vinkler. Vinkel HBC kender vi, den har samme størrelse som vinkel FAB. Dvs., at vinkel ABT er $90° - 14.04° \approx 75{,}96°$. Dermed er vinkel BTA også ret.
Det samme gælder APE osv.

Hvis vi kigger på den blå figur kan vi beregne vinklerne i de to vinkelspidser, da den må være 2· vinkel ABF, altså $2 \cdot 14.04° = 28{,}08°$.

Vi kan da beregne den konkave vinkel i firkant AFKI

$$360° - 28.08° \cdot 2 - 61{,}92° \approx 241{,}92\ °$$

På samme måde kan flere vinkler beregnes.

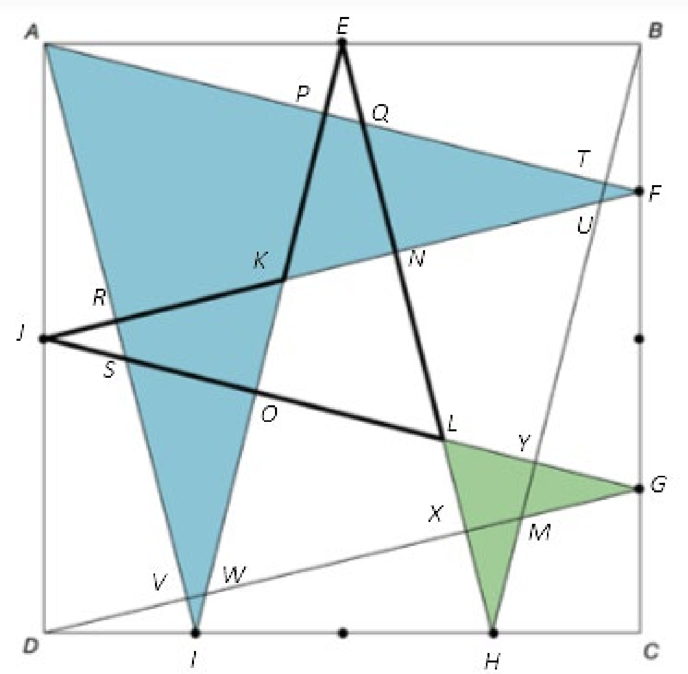
Med udgangspunkt i sidelængden 12, en af de skrå sider på 12,37 kan flere sidelængder beregnes ud fra forholdet mellem ligedannede trekanter, fx

$\frac{|AP|}{|AE|} = \frac{|AB|}{|AF|}$, hvis der indsættes tal, får vi $\frac{|AP|}{6} = \frac{12}{12{,}37}$, og $|AP| = 5{,}82$.

$|PF|$ kan nu beregnes: $12{,}37 - 5{,}82 \approx 6{,}55$.

På baggrund af det, kan $|FK|$ beregnes ved at bruge trigonometri: $\cos 28{,}08 = \frac{6{,}55}{|\mathrm{FK}|}$, og

$|\mathrm{FK}| = 7{,}42$.



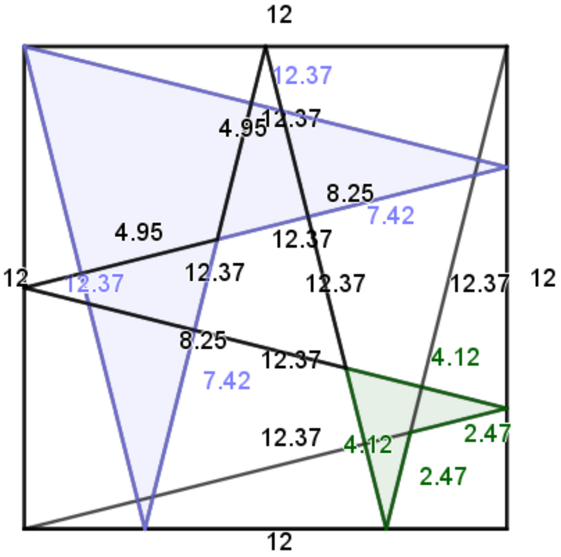
På lignende måder kan eleverne finde sidelængder og vinkelstørrelser i den grønne figur og i figuren markeret med fed.

PROBLEMSTILLING 2

Eleverne skal argumentere for, at den blå og den grønne figur er ligedannede, samt undersøge arealforholdet mellem de to figurer.

Da, der er tale om firkanter, er man nødt til at argumentere for at de reelt er ligedannede - dvs., at forholdet mellem siderne er ens. Det er ikke nok at konkludere de to firkanter er ligedannede, fordi de er ensvinklede. Firkanter kan godt være ensvinklede uden at være ligedannede.

Alt efter, hvor mange længder, eleverne fik beregnet i problemstilling 1, kan de bruge disse. Hvis de ikke fik beregnet alle længder, kan eleverne evt. tegne figuren i et geometriprogram, hvor de kan måle længderne, så de kan undersøge forholdet mellem alle fire sider i firkanten.



Eleverne kan fx beregne forhold mellem ensliggende sider:

$\frac{12{,}37}{4{,}12} \approx 3{,}00$ eller $\frac{7{,}42}{2{,}47} \approx 3{,}00.$

Hvis eleverne regner med afrundede tal, kan der forekomme forskelle på 3. eller 4. decimal. De kan evt. med fordel beregne forholdet i deres geometriprogram.

Eleverne skal nu argumentere for, at figurerne er ensvinklede.
De kan fx se på vinkel AFK og vinkel LGM i figuren. De to vinkler er ens, da de bliver dannet af to at de skrå linjer, der forbinder midtpunkter med punkterne, der ligger en fjerdedel inde på siden i kvadratet.
Eleverne kan gennemføre lignende ræsonnementer for de to andre vinkler. De kan evt. tilføje hjælpelinjer, som går vinkelret ned på siderne i kvadratet og gennem toppen af den lille firkant.

Eleverne kan undersøge forholdet mellem arealerne af den blå og den grønne figur i et geometriprogram. Forholdet mellem de to figurer er 9, hvilket sikkert ikke er overraskende, da længdeforholdet mellem siderne er 3. Arealforholdet vil da være længdeforholdet kvadreret.

Endelig skal de undersøge arealforholdet af den sidste figur i forhold til de andre to.
Den hvide og den grønne figur har arealforholdet 1:4.
Den blå og den hvide figur har arealforholdet 1:2,25 eller 4:9.

PROBLEMSTILLING 3
Eleverne skal i denne problemstilling sammenligne arealer af nogle af de mindre figurer, som man kan inddele den blå, grønne og sorte figur tegnet med fed i. Eleverne kan fx se på trekanter, der er ensvinklede og argumentere ud fra dem. Eleverne kan fx tegne figuren i et geometriprogram og bruge dette til at beregne arealforhold. Det centrale er, at eleverne kan begrunde, hvilke trekanter der er ensvinklede og ligedannede. De skal ligeledes gøre rede for, hvilke sider der svarer til hvilke i ensvinklede trekanter.

FACIT SIDE 171

KASINO I UNGDOMSSKLUBBEN

Eleverne skal afprøve alle tre spil mindst 3-5 gange, inden de går i gang med at undersøge de tre problemstillinger.

PROBLEMSTILLING 1

Eleverne skal undersøge, hvilke af de tre spil, det bedst kan betale sig at satse på. De kan fx notere antal gange, de vinder i hvert spil. De kan også udføre en simulering.
Simulering af 100 spil giver fx

Spil 1

Heraf ses det, at der er størst sandsynlighed for at få summen 5. Næststørst for summen 4 og 6.

Sum	Hyppighed
2	5
3	14
4	13
5	26
6	20
7	11
8	11

Eleverne bør udføre simulering af 100 kast nogle gange, for at konstatere, om billedet ændrer sig.

	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

Analyseres spillet for teoretisk sandsynlighed, får man dette udfaldsrum:

Sandsynligheden for, at 2 vinder er: $\frac{1}{16}$

Sandsynligheden for, at 3 vinder er: $\frac{2}{16}$

Sandsynligheden for, at 4 vinder er: $\frac{3}{16}$

Sandsynligheden for, at 5 vinder er: $\frac{4}{16}$

Sandsynligheden for, at 6 vinder er: $\frac{3}{16}$

Sandsynligheden for, at 7 vinder er: $\frac{2}{16}$

Sandsynligheden for, at 8 vinder er: $\frac{1}{16}$.

Det passer nogenlunde med det billede, som simuleringen giver.

Spil 2

Eleverne kan igen udføre en simulering, eller gennemføre en række spil og notere, om de vinder eller taber.

Det ser ud til, at 7 er den sum, der vinder oftest.

Sum	Hyppighed
2	0
3	5
4	7
5	8
6	17
7	23
8	9
9	11
10	7
11	11
12	2

Regner vi på den teoretiske sandsynlighed kan vi se, at der er 36 udfald.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Sandsynligheden for, at 2 vinder er: $\frac{1}{36}$

Sandsynligheden for, at 3 vinder er: $\frac{2}{36}$

Sandsynligheden for, at 4 vinder er: $\frac{3}{36}$

Sandsynligheden for, at 5 vinder er: $\frac{4}{36}$

Sandsynligheden for, at 6 vinder er: $\frac{5}{36}$

Sandsynligheden for, at 7 vinder er: $\frac{6}{36}$

Sandsynligheden for, at 8 vinder er: $\frac{5}{36}$

Sandsynligheden for, at 9 vinder er: $\frac{4}{36}$

Sandsynligheden for, at 10 vinder er: $\frac{3}{36}$

Sandsynligheden for, at 11 vinder er: $\frac{2}{36}$

Sandsynligheden for, at 12 vinder er: $\frac{1}{36}$.

Spil 3

Eleverne kan prøve spillet nogle gange og notere, om de vinder, og hvilke udfald de vinder på.

De kan også opstille en simulering i regneark.

Herunder er vist simulering af 100 kast med en mønt, og antallet af udfaldet plat er talt op.

Antal plat	Hyppighed
0	25
1	50
2	25

Det ses, at der er størst chance for 1 plat.

Den teoretiske sandsynlighed:

	Plat	Krone
Plat	0,25	0,25
Krone	0,25	0,25

Sandsynligheden for 0 plat er (krone, krone) = 0,25.
Sandsynligheden for 1 plat er (plat krone, krone plat) = 0,50.
Sandsynligheden for 2 plat er (plat, plat) = 0,25.

Elevernes begrundelser kan bero på egen afprøvning, simulering eller teoretiske beregninger. Der er en kvalitetsforskel i egen afprøvning, og så det at simulere gentagne gange eller beregne teoretisk, og det kan man evt. tale med eleverne om efterfølgende. Hvorfor er det fx mere overbevisende at udføre simulering på 100 slag - gentage 10 gange - end at afprøve 5 spil? Har man alle udfald med? Hvornår har man spillet nok til man kan se et system? Osv.

PROBLEMSTILLING 2
Eleverne skal undersøge, om Peter og Line kan forvente at få overskud, hvis de spiller 100 gange.

Det kommer an på, hvordan Peter og Line spiller. Hvis de spiller klogt, og fx satser 100 gange på 5 i spil 1, burde de få gevinst i 25 % af deres spil. Dvs., 25 gange vinder de 2 kr. Så har de vundet 50 kr. Men de har også tabt 75 gange, dvs., de har tabt 75 kr. Peter og Line vil altså have tabt (75 – 50) 25 kr. i alt i forhold til, hvad de startede med. De har derfor 75 kr. tilbage, hvis de startede med at have 100 kr.

Hvis de spiller 100 gange på spil 2, og spiller på 7, bør de vinde $\frac{1}{6}$ af spillene. Dvs., de vinder ca. 17 gange 2 kr. 34 kr. i alt. Men de taber også 83 kr. De har derfor 51 kr. tilbage, hvis de startede med at have 100 kr.

Hvis de spiller 100 gange på spil 3, og spiller på 1 plat, bør de vinde halvdelen af spillene. Dvs., de vinder 100 kr. De taber også 50 gange, og taber dermed 50 kr. Peter og Line bør i dette spil derfor have over 100 kr. tilbage.

Men ingen af spillene vil sikre, at de går derfra med flere penge, end da de startede. Det bedste spil at spille på, er spil 3.

Elevernes svar kan også bestå i blandinger af at satse 100 kr. fordelt over de 3 spil.

PROBLEMSTILLING 3
Eleverne skal opstille nye bud på gevinster, så kasinoet ikke taber penge. Det er dog vigtigt, at der samtidig er motiverende gevinster. Eleverne kan gribe det meget forskelligt an. De kan fx sætte lav gevinst på de udfald med størst sandsynlighed for at vinde, og større sandsynlighed på de udfald, der har lav sandsynlighed for at vinde.

Eleverne kan fx dokumentere deres spil med en simulering, hvor de viser antal vundne og antal tabte spil - indtægter og udgifter for kasinoet.

FACIT SIDE 172

BENTES TAXA

PROBLEMSTILLING 1

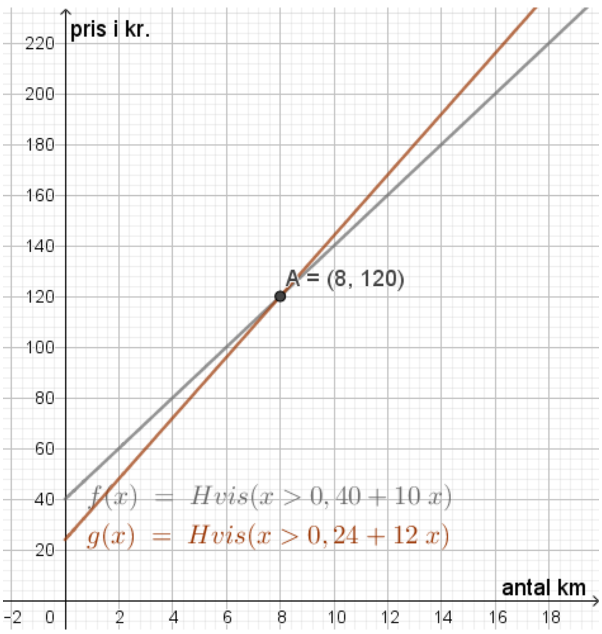
Eleverne skal undersøge, om taxachaufføren kan tjene flere penge ved at skifte til en lavere startpris og en højere pris pr. kilometer.

Eleverne kan tage udgangspunkt i datasættet i regnearket 'Kørte ture' og beregne, hvor meget Bente tjener på den ene og den anden måde.

Bente tjener efter den gamle model: $23 \cdot 40 \text{ kr.} + 249{,}5 \text{ kr.} \ \cdot 10 = 3415 \text{ kr.}$
Bente tjener efter den nye model: $23 \cdot 24 \text{ kr.} + 249{,}5 \text{ kr.} \ \cdot 12 = 3546 \text{ kr.}$

Altså ser det ud til at være en fordel for hende, at skrifte til en lavere startpris og en højere pris pr. kilometer.

Eleverne kan også opstille forskriften for en funktion, der svarer til en tur med den ene og den anden takst, og tegne de tilhørende grafer i et koordinatsystem.



Eleverne vil evt. kunne konkludere, at når en tur er længere end 8 km, er den nye pris en fordel, hvis turen er kortere end 8 km er den gamle pris en fordel.

Ud fra datasættet kan eleverne regne ud, at Bentes ture i gennemsnit er 10,85 km. De er altså over 8 km. Set i dette perspektiv, er den nye model en fordel for Bente.

Hvis eleverne tæller op, hvor mange ture Bente kører der er over 8 km, så vil de opdage, at kun 9 af turene er over 8 km. Så måske kan et godt råd til Bente være, at hun skal sammenligne flere dages kørsler, inden hun bestemmer sig.

PROBLEMSTILLING 2
Eleverne skal undersøge, om Bente kan tjene flere penge ved at køre om aftenen, selvom hun ved, at der er 40 % færre ture.

Eleverne er nødt til at modellere, for at kunne arbejde med opgaven.
Eleverne skal antage nogle ting, for at kunne regne på dette. De kan fx se på: Hvilke ture, vil de se bort fra i datasættet? Eller vil de bare trække 40 % fra de kørte km og regne på det?

Eleverne vil formentlig komme frem til, at det ikke er en fordel for Bente. Men hvis eleverne fx får slettet alle de korteste ture, vil de se, at hun godt kan tjene nogenlunde det samme. Man kan med fordel udfordre eleverne om, hvorvidt det er den fornuftige modellering, eller om eleverne bør se på deres beregninger endnu en gang.

PROBLEMSTILLING 3
Eleverne skal undersøge, om Bente kunne have tjent mere ved at være blevet i Odense i stedet for at køre den lange tur på 79 km til Fredericia.

Turen tog 60 minutter hver vej, og hun tjente $40\text{ kr.} + 69\text{ kr.} \cdot 10 = 730$ kr. på turen.

Opgaven stiller igen krav til, at eleverne kan forholde sig kritisk til deres modelleringer.

Hvis de fx tager udgangspunkt i en time i datasættet, fx fra 8.03 - 9.03, vil de kunne se, at Bente har tjent $4 \cdot 40\text{ kr.} + 30{,}5\text{ kr.} \cdot 10 = 465$ kr. på en time

Det kunne have givet over 900 kr. hvis den næste time havde været lige så god. Eleverne kan evt. se på flere timer og sammenligne, hvad hun tjener der.

Eleverne kan også ræsonnere, at starttaksten er høj, og derfor vil det være en fordel at få flere gange starttakst ind for at øge indtjeningen.

FACIT SIDE 173

PHI OG DET GYLDNE SNIT

PROBLEMSTILLING 1

Eleverne skal tegne forskellige linjestykker og inddele dem i det gyldne snit. De skal undersøge, om det er muligt, at længden af alle tre linjestykker kan være hele tal.
Forholdet det gyldne snit, tallet phi, er et irrationelt tal. Der deles altså med et irrationelt tal, og deler vi et helt tal med et irrationelt tal, får vi et andet irrationelt tal. Det vil aldrig kunne blive et helt tal.

Eleverne bør undersøge forskellige længder af linjestykker. De kan med fordel undersøge det i et dynamisk geometriprogram, hvor de hele tiden måler de tre længder, hvis de ikke kan ræsonnere på baggrund af deres viden om irrationelle tal.

PROBLEMSTILLING 2

Eleverne skal tegne pentagrammet og undersøge, hvilke steder det gyldne snit optræder.
De vil se, at det optræder ganske mange steder.

Hvis vi antager at alle linjestykker, som er diagonaler i den regulære femkant, er ens, kan vi nøjes med at se på ét af tilfældene, fx diagonalen AE.

Diagonalen AE vil være delt i det gyldne snit:

$\frac{AB}{BE}$ i det gyldne snit, eller $\frac{DE}{AD}$ i det gyldne snit.

Men også:

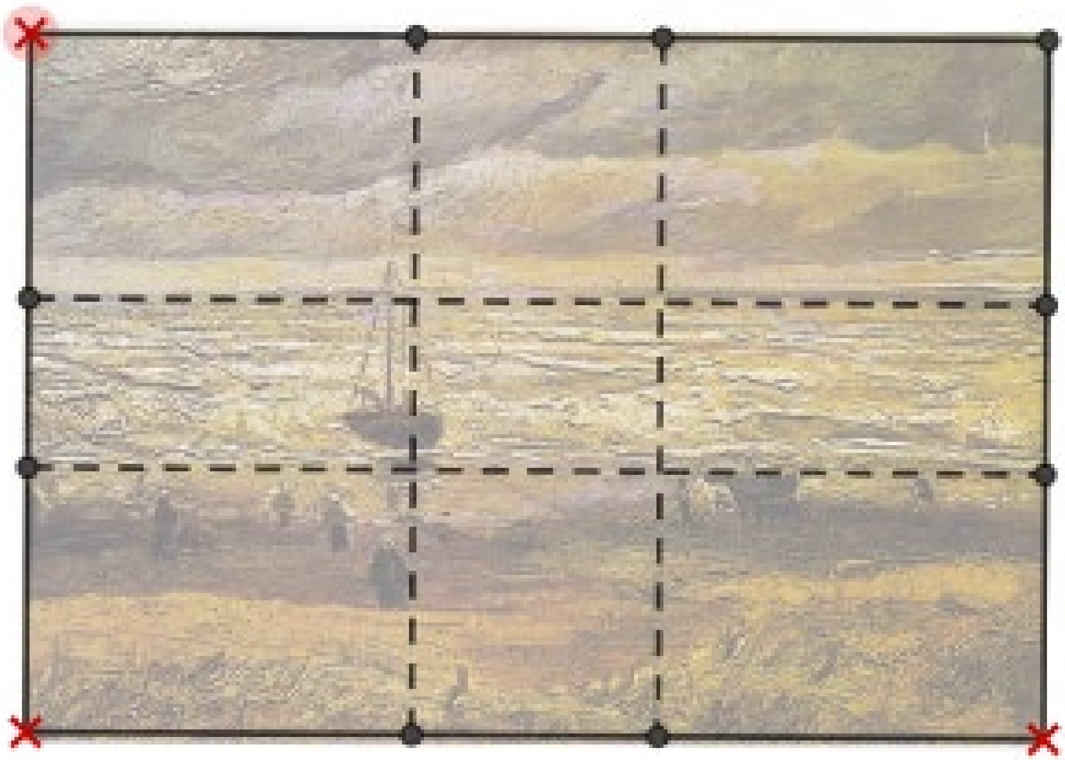
$\frac{BD}{AB} eller \frac{BD}{DE}$ i det gyldne snit.

Osv.

De ligebenede trekanter, som er takker i stjernen, vil have forholdet det gyldne snit mellem de to lige lange sider og grundlinjen.

PROBLEMSTILLING 3
Eleverne skal tegne et rektangel og finde de gyldne snitpunkter. Herefter skal de undersøge van Goghs maleri
Beach at Scheveningen in stormy weather. Maleriet ligger tilgængeligt så det kan findes online, så det må bruges i undervisningen.

Hvis eleverne tegner de gyldne snitpunkter hen over billedet https://www.geogebra.org/m/CfdwQHtj, vil de få flg.:



Det ser næsten ud som om van Gogh har placeret båden, kærren og bølgerne i snitpunkterne. Desuden kan man se at grænsen mellem strand og hav, samt hav og himmel følger linjerne til de gyldne snitpunkter vandret.

Denne konstruktion er mest hensigtsmæssig at lave, sådan at den bliver dynamisk. Dvs., når eleverne skal inddele siderne i det gyldne snit, skal de i et geometriprogram referere til navne på sidelængderne i stedet for til værdier på sidelængder.

Hvis det volder store udfordringer, kan eleverne evt. måle og beregne på en printet udgave af billedet som findes på printarket ’Van Gogh og det gyldne snit (U14)’.

FACIT SIDE 174

DIOFANTISKE TREKANTER

PROBLEMSTILLING 1

Eleverne skal undersøge hvilke diofantiske trekanter, det er muligt at fremstille med omkreds 17. Eleverne kan prøve sig lidt frem, eller de kan forsøge med en systematik.

Sidelængder:
8, 1, 8
8, 2, 7
8, 3, 6
8, 4, 5
7, 7, 3
7, 6, 4
7, 5, 5
6, 6, 5
Eleverne bør finde frem til, at der er 8 løsninger.

Nogle elever vil måske have en anderledes systematik, så de fx starter med
1, 2, 14
2, 2, 13 osv.
Altså opstiller summer, som giver 17, men som ikke kan danne en trekant i planen.

PROBLEMSTILLING 2

Eleverne skal undersøge, hvad den længst mulige og hvad den kortest mulige sidelængde i en diofantisk trekant med omkreds 17 er.

Eleverne bør her, komme frem til 1 som kortest mulige side og 8 som længst mulige side.

PROBLEMSTILLING 3

Eleverne skal undersøge, om der er en sammenhæng mellem omkredsen i en diofantisk trekant og den størst mulige længde for den længste side.

Eleverne kan undersøge på forskellig vis, men bør komme frem til noget, der minder om disse formler:

$$omkreds\ lige\ tal = \frac{omkreds}{2} - 1$$

$$omkreds\ ulige\ tal = \frac{omkreds - 1}{2}$$

FACIT SIDE 175

FYSISK AKTIVE UNGE

PROBLEMSTILLING 1

Eleverne skal undersøge, hvor mange elever fra datasættet som lever op til Sundhedsstyrelsens anbefalinger.

Der er to kriterier.

1) Fysisk aktivitet mindst 60 minutter om dagen.

2) Mindst tre gange om ugen skal der indgå fysisk aktivitet med høj intensitet af mindst 30 minutters varighed.

Eleverne kan se på de to kriterier - et ad gangen.

Hvor mange har mindst 60 minutters fysisk aktivitet om dagen? Hvis de forstår det som 60 minutter hver dag, vil de med det samme se i regnearket, at det er der ingen elever, der har.

Kan de 60 minutter om dagen forstås som et gennemsnit?
I så fald, kan eleverne beregne middeltallet for hver elev, og observere, hvor mange elever der har et middeltal på 60 eller derover. Tallene herunder viser, hvilke elever der har et middeltal på over 60.

pige 1	66,42857	**dreng 1**	77,85714
pige 2	65	**dreng 2**	120
pige 3	55,71429	**dreng 3**	72,85714
pige 4	93,57143	**dreng 4**	85,71429
pige 5	27,85714	**dreng 5**	49,28571
pige 6	17,14286	**dreng 6**	94,28571
pige 7	35,71429	**dreng 7**	98,57143
pige 8	31,42857	**dreng 8**	55,71429
pige 9	102,8571	**dreng 9**	17,14286
pige 10	38,57143	**dreng 10**	75
		dreng 11	17,14286
		dreng 12	17,14286

Ser vi på høj intensitet mindst 3 gange om ugen over 30 minutter, må eleverne lave en optælling i datasættet her.

De elever, som har mindst 3 dage med mindst 30 minutters høj intensitet er markeret med fed skrift i tabellen.

Eleverne kan se, at der er sammenfald mellem de elever, som er fysisk aktive mindst 60 minutter om dagen i gennemsnit, og de elever, som har høj intensitet mindst 30 minutter 3 gange om ugen.

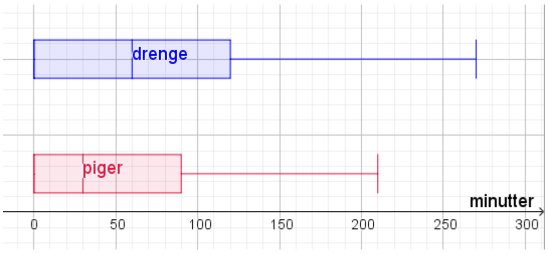
Med undtagelse af pige 3, dreng 5 og dreng 8, har alle de andre, der ligger over 60 i middeltal også mindst 3 gange 30 minutter med høj intensitet.

PROBELMSTILLING 2

Eleverne skal undersøge påstanden om, at drenge er mere fysisk aktive end piger i forhold til datasættet på regnearket. Eleverne kan med fordel beregne deskriptorer eller få et digitalt værktøj til det.

	piger	drenge
Middeltal	53,42857	65,05952
min	0	0
max	210	270
q1	0	0
median	30	60
q3	90	120

Eleverne kan også fremstille et boksplot.



Påstanden om at drenge er mere fysisk aktive end piger bekræftes, hvis man ser på deskriptorerne.

41 % af drengene er ikke aktive 60 minutter om dagen i gennemsnit, mens det gælder for 60 % af pigerne.
30 % af pigerne har ikke høj fysisk intensitet 30 minutter mindst 3 gange om ugen, mens det gælder for 25 % af drengene.

PROBLEMSTILLING 3
Eleverne skal undersøge datasættet med en undersøgelse fra virkeligheden. Skolebørnsundersøgelsen fra 2015 viste, at 48 % af pigerne og 56 % af drengene udførte hård fysisk aktivitet mindst 4 timer om ugen.

I datasættet kan eleverne læse, at 70 % af pigerne udfører hård fysisk aktivitet mindst 4 timer om ugen. For drengenes vedkommende er der tale om 75 %. Så for dette datasæt ligger de noget over Skolebørnsundersøgelsen.

Eleverne må finde ud af, hvordan de vil tælle op. De kan fx summere antallet af minutter for hver elev, og efterfølgende optælle eller sætte en betinget visning på, som fremhæver cellen, hvis summen er større end 240. Herefter må de omsætte til procentdel af pigerne og procentdel af drengene.

Selvom det ikke indgår i opgaven, kan eleverne måske reflektere over, hvordan datasættet for deres egen klasse ville se ud sammenlignet med datasættet i undersøgelsen. Og om deres egen klasse ville leve op til anbefalingerne - og være på niveau med data fra Skolebørnsundersøgelsen.

FACIT SIDE 176

INDRE CIRKLER I YDRE CIRKLER

PROBLEMSTILLING 1
Eleverne skal tegne en cirkel med to indre cirkler og en cirkel med tre indre cirkler.
For at eleverne kan tegne to indre cirkler i en cirkel, skal de finde ud af at inddele diameteren først sådan, at de tegner den ene cirkel - resten af diameteren skal deles i to, så har de radius i næste indre cirkel.

Det nemmeste er at tegne de indre cirkler lige store.
Det samme gør sig gældende for en cirkel med tre indre cirkler.

PROBLEMSTILLING 2
Eleverne skal bevise, at påstand 1 altid gælder. Der er forskel på et bevis og på et eksempel. Eleverne kan starte med et tilfælde med to indre cirkler. De kan også starte med at måle eller beregne omkredsen for at undersøge, om påstand 1 er sand.

I arbejdet med beviset arbejder eleverne med generalisering.

Omkreds af den store cirkel med diameter *d*.
$O = \pi d$

Omkreds af indre cirkler.
Diameter i en ene indre cirkel kaldes *s*.
$O = \pi s$

Radius i den anden indre cirkel.
$r = d - s$

Omkreds af den anden indre cirkel.
$O = \pi(d - s)$

Summen af omkredsen af de to indre cirkler.
$\pi(d - s) + \pi s \ = \pi d$

Dvs., at omkredsen af den store cirkel er lig med summen af omkredsen af de to indre cirkler.

Argumentet for, at det vil gælde uanset antallet af indre cirkler bygger på, at der altid vil være et udtryk, hvor noget bliver trukket fra den oprindelige diameter - og disse udtryk udligner de enkelte summer, som vi så det i eksemplet med 2 indre cirkler herover.

PROBLEMSTILLING 3
Eleverne skal undersøge, om påstand 2 nogle gange gælder, altid gælder eller aldrig gælder.
Da dette ikke behøver være et bevis, kan eleverne undersøge med tal, hvis de ønsker.

Eleverne kan undersøge, at påstand 2 er sand, hvis de indre cirkler er lige store. Hvis de indre cirkler ikke er lige store, så er påstand 2 ikke sand.

Eleverne kan vise, at påstand 2 ikke er sand, hvis de tegner i dynamisk geometriprogram, måler arealer og finder forholdet mellem summen af de indre cirkler arealer og den ydre cirkels areal.

For at undersøge påstand 2, skal de dog se, at der er forskellige tilfælde - nemlig det tilfælde, hvor de indre cirkler er lige store, og det, hvor de indre cirkler ikke er lige store. Tegningen i bogen skal gerne lede eleverne lidt på vej.

Ellers er det oplagt at tale om specialtilfælde og lade eleverne undersøge hvert specialtilfælde for sig.

FACIT SIDE 177

HIGH SCHOOL

PROBLEMSTILLING 1

Eleverne skal vise med beregninger, hvordan Emilie kan tjene lommepenge nok på fire år til sig high school ophold.

Indtægt ved 1 avisrute om ugen i 4 år.
$(54{,}13 \text{ kr.} \cdot 44 \cdot 4 + 2500 \text{ kr.} \cdot\ 4) \cdot 0{,}92 = 17964{,}73 \text{ kr.}$ kr.
Emilie skal bruge $2500 \text{ kr.} \cdot 10 = 25000$ kr. i lommepenge for 10 måneder
Det vil altså sige, at 1 avisrute om ugen ikke er nok.

Indtægt ved to avisruter om ugen i 4 år.
$(54{,}13 \text{ kr.} \cdot 44 \cdot 2 \cdot 4 + 2500 \text{ kr.} \cdot 4) \cdot 0{,}92 = 26729{,}46$ kr.
Hvis Emilie har to avisruter om ugen, kan hun spare pengene sammen.

PROBLEMSTILLING 2

Eleverne skal undersøge, hvor mange penge Emilies forældre kan forvente at have på deres opsparing efter 4 år.

Eleverne kan fx beregne udviklingen i opsparingen ved at bruge regneark.

År	Rentesats	72000
1	5,90%	76248
2	6,07%	80876,25
3	-2,74%	78660,24
4	9,76%	86337,48

Det ser ud til, at der vil stå 86.337,48 kr. på opsparingen.

PROBLEMSTILLING 3

Eleverne skal opstille et budget for, hvad opholdet på high school kommer til at koste familien i alt.

Ophold	70000 kr.
Visum	2000 kr.
Flybilletter	8000 kr.
Forsikring	4950 kr.
Bøger	3000 kr.
Vaccinationer	2000 kr.
Frokost	3000 kr.
Lommepenge	25000 kr.
I alt	117950 kr.
Opsparing	86337,48 kr.
Lommepenge	26729,45 kr.
	113066,90 kr.

Vi kan altså se, at forældrene skal betale lidt ekstra. De skal betale ca. 5000 kr. ekstra. Evt. lidt mere hvis Emilie 'kun' skal betale 25000 i lommepenge.